



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Εξέταση στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι 10 Φεβρουαρίου 2003

Διδάσκοντες: Λ. Απέκης, Ρ. Βλαστού, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες. Απαντήστε σε όλα τα θέματα. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

~~Θέμα 1.~~ Σώμα μάζας m κινείται κατά μήκος του άξονα των x . Τη χρονική στιγμή $t=0$ βρίσκεται στο σημείο $x=0$ και έχει ταχύτητα $v_0 \hat{x}$, όπου $v_0 > 0$. Πάνω στο σώμα ασκείται δύναμη τριβής η οποία δίνεται από τη σχέση $F_x = -k v^3$, όπου v είναι η ταχύτητα του σώματος και k μια θετική σταθερά. Καμιά άλλη δύναμη δεν ασκείται πάνω στο σώμα. Να βρεθούν:

(α) Η ταχύτητα $v(t)$ του σώματος συναρτήσει του χρόνου t .

(β) Η μετατόπιση $x(t)$ του σώματος συναρτήσει του χρόνου t .

$$\text{Δίνεται: } \int \frac{dt}{\sqrt{a+t}} = 2\sqrt{a+t} + c.$$

(γ) Ελέγξτε ότι, για την $v(t)$ που βρέθηκε, ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας K του σώματος είναι πράγματι ίσος με τον ρυθμό παραγωγής έργου από την τριβή.

Θέμα 2. Σώμα μάζας $m = 1 \text{ kg}$ μπορεί να κινείται κατά μήκος του άξονα των x . Η δυναμική του ενέργεια δίνεται από τη συνάρτηση $U(x) = x^2(3-x)$ (σε μονάδες S I)

(α) Να σχεδιαστεί η $U(x)$ και να βρεθούν τα σημεία ισορροπίας και το είδος της ισορροπίας στο καθένα.

(β) Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στο σώμα και να βρεθεί πού είναι μηδενική, και πού είναι ελκτική ή απωστική ως προς την αρχή O .

(γ) Το σώμα αφήνεται ελεύθερο με μηδενική ταχύτητα στη θέση $x = 1 \text{ m}$. Να περιγραφεί ποιοτικά η κίνηση που θα ακολουθήσει και να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα.

(δ) Με ποια ελάχιστη ταχύτητα πρέπει να εκτοξευθεί το σώμα από τη θέση $x = 0$ για να μπορέσει να απομακρυνθεί στο άπειρο;

Θέμα 3. Λεπτή ράβδος μήκους l και μάζας m , ομοιόμορφα κατανεμημένης, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές περί οριζόντιο σταθερό άξονα κάθετο στη ράβδο, ο οποίος περνάει από το ένα άκρο της O . Τη στιγμή $t = 0$, ενώ η ράβδος ηρεμεί στην κατακόρυφη θέση, σημειακή μάζα m , η οποία κινείται με οριζόντια ταχύτητα v , προσκρούει στη ράβδο και ενσωματώνεται στο κέντρο της. Η ταχύτητα της σημειακής μάζας είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν ο άξονας περιστροφής και η ράβδος.

(α) Να βρεθεί η στροφορμή L του συστήματος ράβδος-σημειακή μάζα ως προς το O , πριν την κρούση, και η γωνιακή ταχύτητα, ω_0 , της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.

(β) Να βρεθεί η μέγιστη γωνιακή απόκλιση της ράβδου. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας v για να εκτελέσει η ράβδος πλήρη περιστροφή;

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα O είναι $I_0 = \frac{1}{3} ml^2$. $\Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow$

Θέμα 4. Ένα διαστημόπλοιο A απομακρύνεται από τη Γη με ταχύτητα $v = \frac{3}{4}c$ και εκπέμπει σήματα με συχνότητα $f_0 = 10^4 \text{ Hz}$, όπως την μετρά κάποιος στο διαστημόπλοιο A.

- (α) Με ποια συχνότητα λαμβάνονται τα σήματα αυτά στη Γη,
 (β) Ένα δεύτερο διαστημόπλοιο B απομακρύνεται από τη Γη με ταχύτητα V , κινούμενο πάνω στην ευθεία Γη-A. Το διαστημόπλοιο B προσπερνά το A. Η σχετική ταχύτητα των δύο διαστημοπλοίων, όπως την μετρά κάποιος που βρίσκεται μέσα σε ένα από τα δύο διαστημόπλοια, έχει μέτρο $\frac{2}{3}c$. Ποια είναι η τιμή του V ;
 (γ) Ποια είναι η συχνότητα των σημάτων του A, όπως καταγράφεται στο διαστημόπλοιο B, (i) όταν αυτό πλησιάζει το διαστημόπλοιο A και (ii) αφού το έχει προσπεράσει;
 (δ) Αν το μήκος ηρεμίας του διαστημοπλοίου B είναι $L_0 = 50 \text{ m}$, ποιο είναι το μήκος του όπως το μετρά ένας παρατηρητής που βρίσκεται μέσα στο διαστημόπλοιο A;

Γενικό Τυπολόγιο

$$\vec{L} = M \vec{r} \times \vec{v} \quad \vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

Σχετικιστική Κινηματική

Αν ένα σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα V ως προς ένα σύστημα αναφοράς S , τότε:

$$x' = \gamma(x - Vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \quad \beta \equiv \frac{V}{c} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\Delta t = \Delta t_0 / \gamma \quad \Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}, \quad v'_y = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)}, \quad v'_z = \frac{v_z}{\gamma\left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)}$$

Φαινόμενο Doppler: $f = f_0 \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}$

Σχετικιστική Δυναμική

$$m_0 = m(0) \quad p = \gamma m_0 v \quad E = \gamma m_0 c^2 \quad m = \gamma m_0 \quad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$