ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Τελικές εξετάσεις στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι **Ιανουάριος 2001**

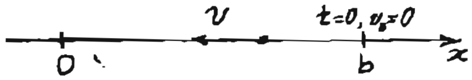
Διδάσκοντες: Ρ. Βλαστού, Σ. Παπαδόπουλος, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες Απαντήστε σε όλα τα θέματα Τα θέματα είναι ισοδύναμα

Θέμα 1 Σωματίδιο μάζας m μπορεί να κινηθεί πάνω στον άξονα των x, υπό την επίδραση της δύναμης $F_x = -\dfrac{k}{x^2}$, όπου x είναι η απόσταση του σωματιδίου από την αρχή Ο και k μια θετική σταθερά. Το σωματίδιο κρατιέται σε κάποια θέση $x(0) = b > 0$ και τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνεται ελεύθερο, οπότε κάτω από την επίδραση της ελκτικής δύναμης κινείται προς το κέντρο Ο.

(α) Βρείτε πώς εξαρτάται η ταχύτητα του σωματιδίου υ από το x, δηλαδή τη συνάρτηση $\upsilon = \upsilon(x)$.

(β) Δείξτε ότι ο χρόνος που απαιτείται για να φθάσει το σωματίδιο από το σημείο εκκίνησης στο σημείο Ο είναι ίσος με $\pi\sqrt{mb^3/8k}$.



Δίνεται: $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{b-x}}\,dx = -\sqrt{x(b-x)} + b\sin^{-1}\sqrt{\frac{x}{b}}$.

Θέμα 2 Σώμα κινείται πάνω στον άξονα των x, έχει μάζα $m = 2$ και δυναμική ενέργεια που δίνεται από τη σχέση: $U(x) = x^2(x-4)^2$, (όλα σε μονάδες S.I.).

(α) Να βρεθεί η δύναμη $F_x(x)$ που ασκεί το πεδίο πάνω στο σώμα. Να σχεδιαστεί πρόχειρα η συνάρτηση $U(x)$, αφού βρεθούν τα χαρακτηριστικά της σημεία.

(β) Να βρεθούν τα σημεία ισορροπίας του σώματος και να εξετασθεί αν είναι σημεία ευσταθούς ή ασταθούς ισορροπίας.

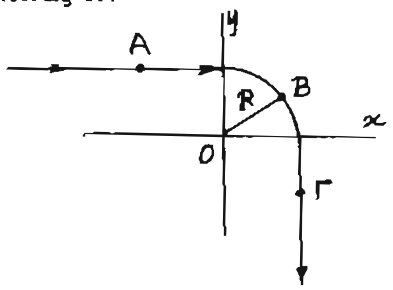
(γ) Αν το σώμα έχει ολική ενέργεια $E = 8$, να σχεδιαστούν προσεγγιστικά στο διάγραμμα $U(x)$ τα όρια των τιμών του x ανάμεσα στα οποία μπορεί να κινηθεί το σώμα (δεν χρειάζονται αρθμητικές τιμές).

(δ) Αν σε κάποια στιγμή το σώμα βρίσκεται στο σημείο $x = 0$, ποια είναι η ελάχιστη αρχική ταχύτητα που πρέπει να του δώσουμε ώστε να περάσει από το σημείο $x = 4$;

Θέμα 3 (α) Ένα αυτοκίνητο μάζας m κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου υ κατά μήκος ενός δρόμου (βλ. Σχήμα) που αποτελείται από δύο κάθετα μεταξύ τους ευθύγραμμα τμήματα συνδεδεμένα μεταξύ τους με κυκλικό τόξο γωνίας 90^0 και ακτίνας R.

(i) Ποια είναι η στροφορμή $\vec{\mathbf{L}}$ του αυτοκινήτου ως προς το κέντρο Ο του κύκλου, όταν αυτό βρίσκεται στις διάφορες περιοχές της τροχιάς (σημεία Α, Β και Γ στο Σχήμα);

(ii) Είναι ή όχι σταθερή η $\vec{\mathbf{L}}$; Επηρεάζει ή όχι η κεντρομόλος δύναμη τη στροφορμή; Σχολιάστε.

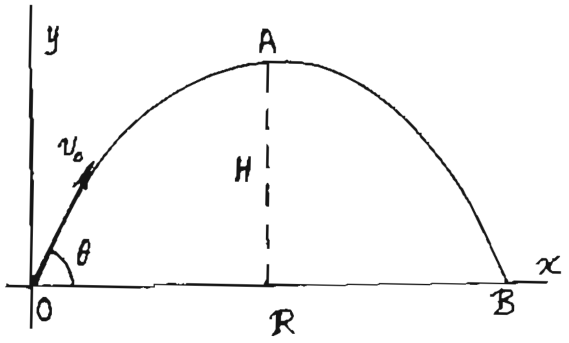


(β) Θεωρήστε ένα βλήμα μάζας m που εκτοξεύεται από το σημείο O $(x=0,\ y=0)$ στο έδαφος, με αρχική ταχύτητα υ_0 και υπό γωνία $\theta = 45^\circ$ ως προς την οριζόντια. Το βλήμα κινείται στο θετικό τεταρτημόριο του επιπέδου xy, μέσα στο ομογενές πεδίο βαρύτητας της Γης.

Πόση είναι η στροφορμή του βλήματος ως προς το O τη στιγμή της εκτόξευσης, $\bar{\mathbf{L}}_O$;
Τη στιγμή που φθάνει στο μέγιστο ύψος, $\bar{\mathbf{L}}_A$;
Τη στιγμή πρόσκρουσης στο έδαφος, $\bar{\mathbf{L}}_B$;

Διατηρείται ή όχι η στροφορμή του βλήματος ως προς το σημείο εκτόξευσης O σ' αυτήν την κίνηση; Εξηγήστε γιατί.

Δίνονται: $H = \dfrac{\upsilon_0^2}{2g}\sin^2\theta$, $\quad OB = R = \dfrac{\upsilon_0^2}{g}\sin 2\theta$.



Θέμα 4 (α) Ο μέσος χρόνος ζωής ενός ελεύθερου νετρονίου είναι $\tau = 15$ λεπτά. Διασπάται σε ένα πρωτόνιο, ένα ηλεκτρόνιο και ένα αντινετρίνο. Αν υποθέσουμε ότι ένα συγκεκριμένο νετρόνιο επιβιώνει ακριβώς για αυτό το χρονικό διάστημα στο δικό του σύστημα αναφοράς, πόση είναι η ταχύτητά του ως προς τη Γη αν μόλις κατορθώνει να διανύσει την απόσταση Ηλίου – Γης; *Δίνονται:* Απόσταση Ηλίου – Γης = $1{,}5\times10^{11}$ m. $\quad c = 3\times10^8$ m/s.

(β) Στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου, ένα φωτόνιο ενέργειας Q συγκρούεται με έναν ακίνητο πυρήνα μάζας ηρεμίας M_1. Το φωτόνιο απορροφάται πλήρως, σχηματίζοντας ένα σώμα μάζας ηρεμίας M_2, που κινείται με ταχύτητα υ. Να βρεθούν τα M_2 και υ.

Ερώτηση για 1 επιπρόσθετη μονάδα, πέραν των 10.

Θέμα 3 (γ) Στο ερώτημα (β), υπάρχει ένα (αδρανειακό) σύστημα αναφοράς ως προς το οποίο η στροφορμή του βλήματος παραμένει σταθερή. Μπορείτε να εξηγήσετε ποιο είναι;

Χρήσιμες σχέσεις

$$\bar{\mathbf{L}} = M\,\bar{\mathbf{r}}\times\bar{\mathbf{v}} \qquad \bar{\mathbf{N}} = \bar{\mathbf{r}}\times\bar{\mathbf{F}} \qquad \frac{d\bar{\mathbf{L}}}{dt} = \bar{\mathbf{N}}$$

Μετασχηματισμός Lorentz: $x' = \gamma(x - Vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \dfrac{V}{c^2}x\right)$

$$\beta \equiv \frac{V}{c} \qquad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \Delta t = \gamma\,\Delta t_0 \qquad E = \gamma m_0 c^2 \qquad m = \gamma m_0 \qquad E^2 = m_o^2c^4 + p^2c^2$$