Ε Θ Ν Ι Κ Ο Μ Ε Τ Σ Ο Β Ι Ο Π Ο Λ Υ Τ Ε Χ Ν Ε Ι Ο

ΤΜΗΜΑ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

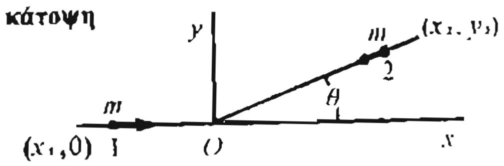
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Επαναληπτική εξέταση στο μάθημα **ΦΥΣΙΚΗ Ι** **26 Σεπτεμβρίου 2001**

Διδάσκοντες: Ρ. Βλαστού, Σ. Παπαδόπουλος, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες ***Απαντήστε σε όλα τα θέματα*** ***Τα θέματα είναι ισοδύναμα***

Θέμα 1 Δύο σωματίδια ίδιας μάζας m και με σταθερή κινητική ενέργεια E το καθένα, κινούνται μη σχετικιστικά σε ευθύγραμμες τροχιές πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η γωνία θ είναι ίση με 30^0. Τη στιγμή $t=0$ οι συντεταγμένες των σωματιδίων 1 και 2 είναι $(x_1,0)$ και (x_2,y_2) αντίστοιχα. Μπορεί να ληφθεί ως δεδομένο ότι τα σωματίδια δεν θα συγκρουσθούν.



(α) Υπολογίστε τις ταχύτητες $\vec{v}_1$ και $\vec{v}_2$ των σωματιδίων στο σύστημα Oxy. (Χρησιμοποιήστε τα μοναδιαία διανύσματα $\hat{x}$ και $\hat{y}$).

(β) Γράψτε τα διανύσματα θέσης $\vec{r}_1(t)$ και $\vec{r}_2(t)$ των σωματιδίων.

(γ) Βρείτε το διάνυσμα θέσης $\vec{R}(t)$ του κέντρου μάζας των δύο σωματιδίων, και την ταχύτητα του κέντρου μάζας, $\vec{V}$.

(δ) Υπολογίστε τη στροφορμή $\vec{L}_0$ του συστήματος ως προς την αρχή O, και τη στροφορμή του, $\vec{L}_2$, ως προς το σημείο (x_2,y_2).

Θέμα 2 Ένα σώμα μάζας m κινείται σε μία διάσταση (πάνω στον άξονα των x) υπό την επίδραση της δύναμης $F(x)=-kx+\frac{k}{a}x^2$, όπου k και a είναι θετικές σταθερές.

(α) Ποια είναι η συνάρτηση της δυναμικής ενέργειας $U(x)$ του σώματος, αν $U(0)=0$;

(β) Να σχεδιαστεί πρόχειρα η $U(x)$, και να βρεθούν τα σημεία ισορροπίας του σώματος, καθώς και το είδος της ισορροπίας στο καθένα.

(γ) Αν το σώμα ξεκινήσει από τη θέση $x=-a$ με μηδενική αρχική ταχύτητα, υπολογίστε με πόση ταχύτητα θα περάσει από τη θέση όπου η δυναμική του ενέργεια είναι μέγιστη.

(δ) Ποια είναι η ενέργεια διαφυγής του σώματος από τη θέση $x=0$;

Θέμα 3 Σώμα με μάζα m ολισθαίνει κατά μήκος μιας οριζόντιας κυκλικής στεφάνης ακτίνας R. Πάνω στο σώμα ασκείται δύναμη τριβής η οποία είναι αντίθετη στην κατεύθυνση κίνησης του σώματος, και έχει μέγεθος $F_{\tau\rho}=-\lambda\upsilon$, όπου υ είναι η ταχύτητα του σώματος κατά μήκος της στεφάνης, και λ είναι μια θετική σταθερά. Η αρχική ταχύτητα του σώματος είναι υ_0.

(α) Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος ως συνάρτηση του χρόνου.

(β) Δείξετε ότι το μέτρο της στροφορμής του σώματος ως προς το κέντρο Ο της στεφάνης δίνεται από την έκφραση $L=L_0 e^{-\lambda t/m}$, όπου L_0 είναι το μέτρο της αρχικής στροφορμής του σώματος. Δείξετε σε ένα σχήμα τις κατευθύνσεις της ταχύτητας και της στροφορμής του σώματος.

(γ) Υπολογίστε την κεντρομόλο επιτάχυνση και εξηγήστε γιατί η κεντρομόλος δύναμη δεν επηρρεάζει τη στροφορμή του σώματος.

⇒ ⇒ ⇒

Θέμα 4 Διαστημόπλοιο απομακρύνεται (ακτινικά) από τη Γη με σταθερή ταχύτητα μέτρου $c/2$ ως προς αυτήν. Κάποια στιγμή εκτοξεύεται από το διαστημόπλοιο αντικείμενο αμελητέας μάζας, με ταχύτητα μέτρου $c/3$ ως προς αυτό, και σε κατεύθυνση κάθετη στην ευθεία που ενώνει το διαστημόπλοιο με τη Γη.

(α) Πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητας και ποια η κατεύθυνση κίνησης του αντικειμένου όπως την μετρά παρατηρητής στη Γη;

(β) Πώς θα αλλάξουν τα αποτελέσματα αν ισχύουν οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου;

[*Υπόδειξη*: Επιλέξτε με προσοχή τις κατευθύνσεις των αξόνων, για να απλοποιηθούν οι μαθηματικοί υπολογισμοί.]

Χρήσιμες σχέσεις

$$\vec{\mathbf{F}} = -\nabla U \qquad \vec{\mathbf{L}} = M\,\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{v}} \qquad \vec{\mathbf{N}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}} \qquad \frac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \vec{\mathbf{N}}$$

Μετασχηματισμός του Lorentz: $x' = \gamma(x - Vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right)$

$$\beta \equiv \frac{V}{c} \qquad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \Delta t = \gamma\,\Delta t_0 \qquad E = \gamma m_0 c^2 \qquad m = \gamma m_0 \qquad E^2 = m_o^2 c^4 + p^2 c^2$$

Αν το σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα V ως προς το σύστημα αναφοράς S, τότε:

$$\upsilon_x = \frac{\upsilon'_x + V}{1 + \frac{\upsilon'_x V}{c^2}}, \qquad \upsilon_y = \frac{\upsilon'_y}{\gamma\left(1 + \frac{\upsilon'_x V}{c^2}\right)}, \qquad \upsilon_z = \frac{\upsilon'_z}{\gamma\left(1 + \frac{\upsilon'_x V}{c^2}\right)}.$$