ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Επαναληπτική εξέταση στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι — 7 Φεβρουαρίου 2004

Διδάσκοντες: Λ. Απέκης, Ρ. Βλαστού, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες. Απαντήστε σε όλα τα θέματα. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Θέμα 1. Μια σφαίρα με μάζα M κινείται οριζοντίως με ταχύτητα υ_0 και προσκρούει τη χρονική στιγμή $t=0$ σε ένα σακί με άμμο, πάχους d, το οποίο και διαπερνά. Η δύναμη τριβής μέσα στην άμμο είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας, $F=-k\upsilon^2$, όπου k είναι μια θετική σταθερά και το αρνητικό πρόσημο υποδηλώνει ότι η τριβή αντιτίθεται στην κίνηση. Η δύναμη της βαρύτητας μπορεί να αγνοηθεί. Να υπολογίσετε:

(α) Την ταχύτητα της σφαίρας ως συνάρτηση του χρόνου, $\upsilon(t)$.

(β) Την ταχύτητα της σφαίρας, $\upsilon(x)$, ως συνάρτηση της απόστασης x που έχει διανύσει μέσα στην άμμο, καθώς και την ταχύτητά της κατά την έξοδο από το σακί.

(γ) Την απόσταση $x(t)$ που διανύει η σφαίρα μέσα στην άμμο ως συνάρτηση του χρόνου t.

(δ) Τον χρόνο που απαιτείται για να περάσει η σφαίρα μέσα από το σακί.

Θέμα 2. Σωματίδιο με μάζα $m=1$ kg κινείται πάνω στον άξονα των x. Η δυναμική ενέργεια του σώματος δίνεται από τη συνάρτηση: $U(x)=2x(x-2)$ $\quad(-\infty<x<+\infty)$ σε μονάδες S.I..

(α) Σχεδιάστε τη συνάρτηση $U(x)$.

(β) Βρείτε τη δύναμη $F(x)$ που ασκείται στο σώμα, καθώς και το σημείο ισορροπίας και το είδος της ισορροπίας σε αυτό.

(γ) Αποδείξτε ότι, αν το σωματίδιο μετατοπισθεί από τη θέση ισορροπίας του, θα εκτελέσει αρμονική ταλάντωση γύρω από αυτήν, με περίοδο ίση με $T=\pi$ sec.

Θέμα 3. Λεπτός ομογενής δίσκος με μάζα M και ακτίνα R μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα Α που απέχει απόσταση $R/4$ από το κέντρο του, Ο, και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

(α) Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Να αποδειχθεί ότι η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα Α είναι $I_A=\frac{9}{16}MR^2$.

(β) Να διατυπωθεί η εξίσωση κίνησης του δίσκου για ελεύθερη περιστροφή περί τον άξονα Α, συναρτήσει της γωνίας θ που σχηματίζει ο άξονας ΑΟ με την κατακόρυφη κατεύθυνση. Να βρεθεί η γωνιακή συχνότητα ω_0 για μικρές περιστροφικές ταλαντώσεις του δίσκου περί τον άξονα Α.

$4-4x$

$T=\frac{2\pi}{\omega}$

$\omega^2=4$

⇒⇒⇒

Θέμα 4. Ένα σωματίδιο μάζας ηρεμίας M κινείται στο σύστημα αναφοράς του Εργαστηρίου με ταχύτητα V. Το σωματίδιο διασπάται σε δύο άλλα, με μάζες ηρεμίας m και $2m$, αντίστοιχα. Τα δύο σωματίδια κινούνται στην ίδια κατεύθυνση με το αρχικό σωματίδιο, με ταχύτητες $\upsilon_1 = \frac{4}{5}c$ και $\upsilon_2 = \frac{3}{5}c$, αντίστοιχα. Να βρείτε:

(α) Τον λόγο V/c και το μέγεθος Mc^2 σε GeV, αν δοθεί ότι $mc^2 = 1{,}31$ GeV.

(β) Τις ταχύτητες υ_1' και υ_2' των σωματιδίων με μάζες m και $2m$, αντίστοιχα, στο Σύστημα Μηδενικής Ορμής (Σύστημα Κέντρου Μάζας).

Γενικό Τυπολόγιο

$$\bar{\mathrm{L}} = M\,\bar{\mathrm{r}} \times \bar{\mathrm{v}} \qquad \bar{\mathrm{N}} = \bar{\mathrm{r}} \times \bar{\mathrm{F}} \qquad \frac{d\bar{\mathrm{L}}}{dt} = \bar{\mathrm{N}}$$

Σχετικιστική Κινηματική:

Αν ένα σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα V ως προς ένα σύστημα αναφοράς S, τότε:

$$x' = \gamma(x - Vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \qquad \beta \equiv \frac{V}{c} \qquad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\Delta l = \Delta l_0/\gamma \qquad \Delta t = \gamma\,\Delta t_0 \qquad \upsilon_x' = \frac{\upsilon_x - V}{1 - \frac{\upsilon_x V}{c^2}}, \qquad \upsilon_y' = \frac{\upsilon_y}{\gamma\left(1 - \frac{\upsilon_x V}{c^2}\right)}, \qquad \upsilon_z' = \frac{\upsilon_z}{\gamma\left(1 - \frac{\upsilon_x V}{c^2}\right)}.$$

Σχετικιστική Δυναμική:

$$m_0 = m(0) \qquad p = \gamma m_0 \upsilon \qquad E = \gamma m_0 c^2 \qquad m = m(\upsilon) = \gamma m_0 \qquad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

Μετασχηματισμός ορμής-ενέργειας:

$$p_x' = \gamma\left(p_x - \frac{\beta E}{c}\right) \qquad p_y' = p_y \qquad p_z' = p_z \qquad E' = \gamma(E - c\beta\, p_x)$$

Για φωτόνια: $E = pc$