

1 ώρα (όλο το θέμα είναι ισοδύναμο)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1: Αν $\Omega = [0,1] \times [0,1]$ υπολογίστε το διπλό κληρωμα

$$\int_{\Omega} x \sin(x^2 - y) \, d\alpha$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2: Θεωρούμε το διανυσματικό πεδίο

$$V(x, y, z) = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$$

και την επιφάνεια $S: x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Βρείτε την ροή του V διαμέσου της S .

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3: Αν το $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$ είναι ανοικτό και συνεκτικό, $u \in C^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$ και $\Delta u = 0$, $u|_{\partial\Omega} = 0$, δείξτε ότι $u(x) = 0 \quad \forall x \in \bar{\Omega}$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4: Έστω $U \subseteq \mathbb{R}^n$ ανοικτό, κυρτό σύνολο και $f \in C(U, \mathbb{R}^m)$ είναι συντηρητικό διανυσματικό πεδίο. Βρείτε το δυναμικό του f .