

ΦΥΣΙΚΗ IV - ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (Σεπτέμβριος 2018).

Διδάσκοντες: Κ. Φαράκος

1^ο Θέμα. Δέσμη φωτονίων μήκους κύματος $\lambda = \lambda_c$ ($\lambda_c = h/m_e c$) προσπίπτουν σε ακίνητο ηλεκτρόνιο.

(α) Να βρεθεί το μήκος κύματος σκεδαζόμενου φωτονίου σε γωνία 45° ως προς την προσπίπτουσα δέσμη καθώς επίσης η ορμή και η ενέργειά του.

(β) Βρείτε την γωνία σκέδασης του ηλεκτρονίου και την κινητική του ενέργεια.

2^ο Θέμα. Η κυματοσυνάρτηση ενός σωματιδίου μάζας m την χρονική στιγμή $t=0$ είναι

$$\Psi(x, t=0) = \frac{i}{\sqrt{2}} \psi_1(x) + C \psi_2(x). \text{ Οι } \psi_1(x) \text{ και } \psi_2(x) \text{ είναι κανονικοποιημένες}$$

ιδιοσυναρτήσεις μονοδιάστατου απλού αρμονικού ταλαντωτή κυκλικής συχνότητας ω που αντιστοιχούν στην πρώτη και την δεύτερη διεγερμένη κατάσταση.

(α) Να κανονικοποιήσετε την κυματοσυνάρτηση $\Psi(x, t=0)$ του σωματιδίου και να γράψετε την $\Psi(x, t)$ για $t > 0$.

(β) Να υπολογίσετε συναρτήσει του χρόνου την μέση τιμή E και την αβεβαιότητα ΔE της ενέργειας.

(γ) Να βρείτε την μέση τιμή της θέσης $\langle x \rangle(t)$ του σωματιδίου συναρτήσει του χρόνου t . Σημείωση, για τον υπολογισμό της $\langle x \rangle$ να χρησιμοποιήσετε τους τελεστές δημιουργίας και καταστροφής (a^\dagger , a) και να βρείτε την δράση του x στην ψ_n .

Οι τελεστές a και a^\dagger ορίζονται ως εξής:

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} x + \frac{ip_x}{\sqrt{2m\hbar\omega}}, \quad a^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} x - \frac{ip_x}{\sqrt{2m\hbar\omega}}$$

για έναν αρμονικό ταλαντωτή μάζας m και κυκλικής συχνότητας ω .

3^ο Θέμα. (α) Να αποδείξετε την σχέση $i\hbar \frac{d\langle A \rangle}{dt} = \langle [A, H] \rangle + i\hbar \langle \frac{\partial A}{\partial t} \rangle$ όπου A ο

τελεστής ενός φυσικού μεγέθους στην κβαντομηχανική και H η Χαμιλτονιανή του συστήματος.

(β) Σωματίδιο μάζας m δέχεται σταθερή δύναμη F και κάνει μονοδιάστατη κίνηση να βρείτε την μέση τιμή της ορμής και την μέση τιμή της θέσης του συναρτήσει του χρόνου. Δίνονται η μέση τιμή της ορμής και η μέση τιμή της θέσης την χρονική στιγμή $t=0$.

4^ο Θέμα. Σωματίδιο μάζας m κινείται υπό την επίδραση της δύναμης $F = -kx$, $k > 0$ και η κατάστασή του σε μια ορισμένη στιγμή περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση

$$\psi(x) = N e^{-\lambda x^2/2}$$

(α) Να κανονικοποιήσετε την κυματοσυνάρτηση $\psi(x)$ του σωματιδίου.

(β) Έχει το σωματίδιο απόλυτα καθορισμένη ενέργεια; Υπάρχει κατάλληλη τιμή του λ για την οποία η απάντηση είναι καταφατική;

(β) Υπολογίστε την μέση τιμή της ενέργειας του σωματιδίου ως συνάρτηση του λ και σχεδιάστε πρόχειρα την εξάρτησή της από το λ . Βρείτε το ελάχιστο της ενέργειας, ποια η σχέση με το ερώτημα (α);

5^ο Θέμα. Σωματίδιο μάζας m κινείται σε πηγάδι δυναμικού

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -a/2 \\ -V_0 & -a/2 \leq x \leq a/2 \\ 0 & x > a/2 \end{cases}$$

(α) Υπολογίστε το πλάτος a συναρτήσει των m , V_0 και \hbar , ώστε να υπάρχει μόνο μια δέσμια κατάσταση $\psi_1(x)$.

(β) Το σωματίδιο βρίσκεται στην κατάσταση $\psi_1(x)$ του ερωτήματος (α) και έχει αντίστοιχα ενέργεια E_1 . Κάποια χρονική στιγμή το ενεργειακό βάθος του πηγαδιού για $-a/2 \leq x \leq a/2$ γίνεται $-2V_0$. Να βρείτε την μέση τιμή της ενέργειας του σωματιδίου.

Δίνεται το ολοκλήρωμα:
$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{2n} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{(2n)!}{n!(4\alpha)^n} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

Διάρκεια εξέτασης 2.5 ώρες. Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα.
Γράψετε τέσσερα από τα πέντε θέματα.