

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών
Εξεταστική περίοδος Σεπτεμβρίου 2006.

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ II

Θέμα I. (μονάδες 25) Το δυναμικό στην επιφάνεια μίας σφαίρας ακτίνας R δίνεται από την σχέση

$$V_0(\theta) = k \cos 3\theta, \text{ όπου } k \text{ μια θετική σταθερά.}$$

- α) Να βρεθεί το δυναμικό μέσα και έξω από την σφαίρα.
β) Βρείτε την επιφανειακή πυκνότητα φορτίου επάνω στην σφαίρα.
Ισχύει: $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$

Θέμα II. (μονάδες 30) α) Επιφάνεια που φέρει επιφανειακό φορτίο σ χωρίζει δύο υλικά με (ϵ_1, μ_1) και (ϵ_2, μ_2) αντίστοιχα. Βρείτε την σχέση μεταξύ των ηλεκτρικών και των μαγνητικών πεδίων από την μία και από την άλλη πλευρά της συνοριακής επιφάνειας.

β) Αποδείξτε την εξίσωση συνέχειας: $\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

γ) Αποδείξτε την διαφορική εξίσωση $\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}$ μεταξύ διανυσματικού δυναμικού \mathbf{A} και ρεύματος \mathbf{J} με την συνθήκη βαθμίδας $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$.

Θέμα III. (μονάδες 25) Σωληνοειδές απείρου μήκους, ακτίνας a , με n σπείρες ανά μονάδα μήκους, διαρρέεται από ρεύμα έντασης I .

- α) Βρείτε το μαγνητικό πεδίο του σωληνοειδούς (θεωρήστε, ότι το μαγνητικό πεδίο μηδενίζεται σε άπειρη απόσταση από το σωληνοειδές).
β) Βρείτε το διανυσματικό δυναμικό του σωληνοειδούς.

Θέμα IV. (μονάδες 30) Εναλλασσόμενο ρεύμα $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ διαρρέει ευθύγραμμο σύρμα απείρου μήκους και επιστρέφει μέσω ενός αγωγίσιμου κυλίνδρου ακτίνας a , ομοαξονικού με το σύρμα.

- α) Υπολογίστε τα πεδία \mathbf{E} και \mathbf{B} στην ημιστατική προσέγγιση.
β) Ποιές εξισώσεις του Maxwell ικανοποιούνται?
γ) Υπολογίστε το επαγόμενο μαγνητικό πεδίο παίρνοντας υπ' όψιν σας το ρεύμα μετατόπισης.

Μερικά από τα πολυώνυμα Legendre: $P_0(x) = 1, \quad P_1(x) = x,$

$$P_2(x) = 1/2 (3x^2 - 1), \quad P_3(x) = 1/2 (5x^3 - 3x), \dots$$

Σχέση ορθογωνιότητας: $\int_0^\pi P_\ell(\cos \theta) P_\ell(\cos \theta) \sin \theta d\theta = \frac{2\delta_{\ell k}}{2\ell + 1}$

Και ένα ολοκλήρωμα: $\int \frac{dz}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{z}{R^2 \sqrt{R^2 + z^2}}$

Διάρκεια εξέτασης 2 ½ ώρες. Με κλειστά βιβλία. Επιτρέπονται μόνο οι φωτοτυπίες των τεσσάρων πρώτων σελίδων του βιβλίου. Άριστα το 100.