

**ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ****Μάθημα : ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ****ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ****ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2005****\*\*\*\*\* Διάρκεια Εξέτασης : 2.30 ώρες \*\*\*\*\*****ΖΗΤΗΜΑ 1**

Ο παρακάτω πίνακας δίνει το βαθμό επίδοσης (Y), 14 υπαλλήλων μεγάλης εταιρείας, ένα μήνα μετά την πρόσληψή τους σε σχέση με ένα αρχικό τεστ ικανότητας (X).

	Ανδρες							Γυναίκες						
X	2.4	2.1	0.5	1.8	2.1	1.5	1.3	0.3	1.0	1.3	2.5	2.5	1.2	1.8
Y	3.3	5.3	1.4	4.7	6.6	3.0	5.9	1.8	4.6	3.0	8.1	8.0	3.3	7.5

(i) Κατασκευάστε ένα διάγραμμα διασποράς. (ii) Περιγράψτε πως μέσω μιας ψευδομεταβλητής Z στο μοντέλο  $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 Z + \beta_3 XZ + \varepsilon$  μπορούμε να ελέγξουμε αν στα δεδομένα χρειάζεται να προσαρμοστούν (Α) δύο διαφορετικές ευθείες ή (Β) δύο παράλληλες ευθείες ή (Γ) μια ευθεία.

(iii) Να γίνουν αυτοί οι έλεγχοι. (Δίνονται:  $\hat{\beta}_3 = 1.48$ ,  $\sqrt{c_{33}} = 0.82$ ,  $SSE_{(A)} = 20.74$ ,  $S_{Y,(B)} = 1.48$ ,

$$SSR_{(Γ)} = 35.19, \sum_{i=1}^n y_i^2 = 380.55). \quad (\text{Βαθμ. 2.5})$$

**ΖΗΤΗΜΑ 2**

Εστω το γενικό γραμμικό μοντέλο  $y = X\beta + \varepsilon$ .

Υποθέτοντας ότι  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ , (i) δείξτε ότι η  $S_{Y_x}^2 = \frac{\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon}}{n-p}$  είναι αμερόληπτη εκτιμήτρια της  $\sigma^2$ , p ο

αριθμός των παραμέτρων προς εκτίμηση (ii) βρείτε ένα γ-διάστημα εμπιστοσύνης για μια παράμετρο  $\beta_j$  του μοντέλου. (iii) Δείξτε ότι το άθροισμα τετραγώνων λόγω σφάλματος  $SSE = y'(I-H)y$ , όπου

$$H = X(X'X)^{-1}X' \text{ ο πίνακας προβολής.} \quad (\text{Βαθμ. 2.5})$$

**ΖΗΤΗΜΑ 3**

A) Δώστε τον ορισμό του δείκτη προσδιορισμού  $R^2$ . Τι εκφράζει;

B) Εξετάζεται η γραμμική παλινδρόμηση της Y σε σχέση με τις  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ . Με βάση τον παρακάτω πίνακα και για μέγεθος δείγματος  $n=30$  και  $k=6$  να βρεθεί το καταλληλότερο μοντέλο.

Πλήθος

μεταβλητών	$R^2$	$C_p$	$S_{Y_x}$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
στο μοντέλο									
1	68.1	1.4	6.9933	X					
1	38.9	26.6	9.6835			X			
2	< 70.8	< 1.1	6.8168	X		X			
2	68.4	3.2	7.0927	X			X		
3	< 72.6	< 1.6	6.7343	X		X			X
3	71.5	2.5	6.8630	X	X	X			
4	< 72.9	3.3	6.8206	X	X	X			X
4	72.9	3.4	6.8310	X		X	X		X

$$\left( S_{Y_x} = \left( e'e / (n-k-1) \right)^{1/2} \right)$$

(Βαθμ. 2.5)

**ΖΗΤΗΜΑ 4**

Ο ακόλουθος πίνακας δίνει την ποιότητα ενός προϊόντος από χάλυβα (Y) σε σχέση με τρεις τύπους μηχανών (A) που παράγουν το συγκεκριμένο προϊόν και τρεις διαφορετικούς προμηθευτές (B).

	Μηχανή (A)		
Προμηθευτής (B)	1	2	3
1	8.1	7.8	8.2
2	7.3	7.9	7.3
3	8.7	8.2	9.6

Να εξετάσετε αν οι παράγοντες A και B επιδρούν σημαντικά στην ποιότητα του προϊόντος (SST=4.036) (Βαθμ. 2.5)