

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Μάθημα : ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ

ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΜΑΡΤΙΟΣ 2004

***** Διάρκεια Εξέτασης : 2.30 ώρες *****

ΖΗΤΗΜΑ 1

A) Με τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας να εκτιμηθούν σημειακά οι παράμετροι του γενικού γραμμικού μοντέλου $y = \beta X + \varepsilon$ καθώς και η διασπορά σ^2 , με την προϋπόθεση ότι $\varepsilon \sim N_n(0, \sigma^2 I_n)$. $y = X\beta + \varepsilon$ (Βαθμ. 1.5)

B) Δείξτε ότι αν αφαιρεθούν επεξηγηματικές μεταβλητές από το γενικό γραμμικό μοντέλο $y = \beta X + \varepsilon$ οι εκτιμήτριες των παραμέτρων στο περιορισμένο μοντέλο δεν θα είναι πια αμερόληπτες. (Βαθμ. 1.0)

ΖΗΤΗΜΑ 2

A) Τι είναι τυποποιημένο υπόλοιπο και σε τι μας χρησιμεύει; (Βαθμ. 0.8)

B) Οικονομολόγος επιθυμεί να εξετάσει τη ζήτηση κάποιου χημικού προϊόντος. Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τη ζήτηση (Y) αυτού του προϊόντος κατά τα τελευταία 11 έτη (X).

Επίσης ορίζεται η μεταβλητή $Z = \begin{cases} 1, & \text{αν } X \geq 7 \\ 0, & \text{αν } X < 7 \end{cases}$

Y	11	13	14	14	16	16	15	16	16	17	17
X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Αν θεωρήσουμε το μοντέλο $Y = \alpha + \beta X + \delta Z + \varepsilon$, να γίνει ο έλεγχος $H_0: \delta = 0$ με εναλλακτική $H_1: \delta \neq 0$. Δηλαδή αλλάζει η ζήτηση του προϊόντος κατά το έβδομο έτος; (Δίνονται $SSE_{H_0} = 6.5$, $SSE_{H_1} = 3.2$, $\hat{\sigma}^2 = 2.2$, $c_{22} = 1.467$). (Βαθμ. 1.7)

ΖΗΤΗΜΑ 3

Ανάλυση στοιχείων 24 κατοικιών προς πώληση καταλήγει σε δύο εναλλακτικά μοντέλα A και B της μορφής $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$, με και χωρίς X_2 αντίστοιχα, όπου Y η τιμή αγοράς, X_1 ο φόρος και X_2 αρ. λουτρών. Με βάση τα αποτελέσματα (I) και (II) ποιο από τα δύο μοντέλα θεωρείτε καταλληλότερο;

(I) Μοντέλο A :

$$\hat{\beta}_1 = 2.72, \hat{\beta}_2 = 3.0, c_{11} = 0.030, c_{22} = 0.3256, SSE_A = 167.91, R^2 = .78, C_p = 1$$

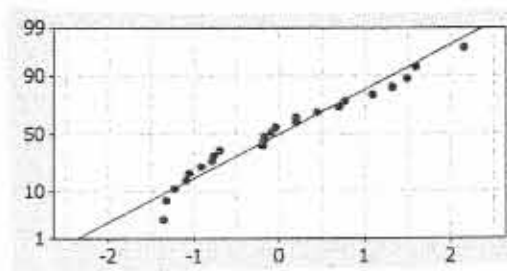
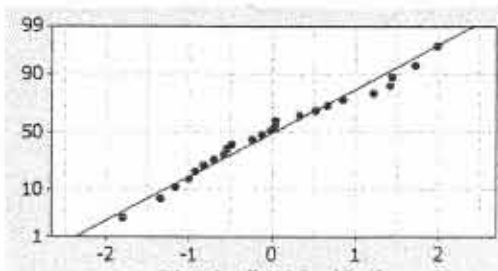
Μοντέλο B :

$$\hat{\beta}_1 = 3.32, c_{11} = 0.0174, SSE_B = 196.47, R^2 = .753, C_p = 2.2.$$

(II) Γραφικός έλεγχος Κανονικής κατανομής τυποποιημένων υπολοίπων

Μοντέλο A

Μοντέλο B



βοήθεια
το $\chi^2_{0.05}$ είναι στατιστικά σημαντικό (ορατικά αφού $p_{\chi^2} = 0,073$) (δεν είναι απαραίτητο να υπάρχει στο μοντέλο)

το $\chi^2_{0.05}$ είναι στατιστικά σημαντικό

το A είναι καλύτερο

ΖΗΤΗΜΑ 4

Α) Σε ένα πρόβλημα ανάλυσης διασποράς κατά ένα παράγοντα $y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$, $i = 1, \dots, k$, $j = 1, \dots, r$, με $y_{ij} \sim N(\mu + \alpha_i, \sigma^2)$, και υπό την υπόθεση $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0$, δείξτε ότι η δειγματική διασπορά $SSA/(k-1)$ είναι αμερόληπτη εκτιμήτρια της σ^2 . (Δίνεται ότι $SSA = \text{άθροισμα τετραγώνων λόγω του παράγοντα} = \sum_{i=1}^k r(\bar{y}_i - \bar{y})^2$). (Βαθμ. 1.0)

Β) Ο παρακάτω πίνακας δίνει την τελική βαθμολογία φοιτητών στα εργαστήρια της Στατιστικής. Οι φοιτητές είχαν χωριστεί τυχαία σε τρία τμήματα (τρεις διαφορετικοί διδάσκοντες) αλλά εξετάστηκαν στα ίδια θέματα.

Τμήματα		
1	2	3
67	79	74
53	71	79
61	85	75
63	73	71
57	86	63
51	89	81
60		69
79		

Να εξεταστεί η υπόθεση ότι δεν υπάρχουν σημαντικές διαφορές στις επιδόσεις των φοιτητών των τριών τμημάτων.

(Βαθμ. 1.5)