

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Μάθημα : ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΦΛΕΒΑΡΗΣ 2005

3,5

***** Διάρκεια Εξέτασης : 2.30 ώρες *****

ΖΗΤΗΜΑ 1

1

α) Εστω μια παρατήρηση \hat{Y}_i στο γενικό γραμμικό μοντέλο $Y=X\beta+\epsilon$. Να προσδιοριστεί : (i) η διασπορά $V(\hat{Y}_i)$ και (ii) το άθροισμα $\sum_{i=1}^n V(\hat{Y}_i)$. *δίνονται σταθερές - συνδιασποράς*

$V(\hat{Y}_i)$

β) Ο παρακάτω πίνακας δίνει τη διάρκεια ζωής σε ώρες δύο τύπων εργαλείων σε σχέση με την ταχύτητα του τόρνου (στροφές ανά λεπτό).

	ΤΥΠΟΣ I							ΤΥΠΟΣ II						
X	610	950	720	840	980	530	680	670	770	880	1000	760	590	910
Y	18.7	14.5	17.4	14.5	13.4	24.4	13.3	30.2	27.1	25.4	26.1	33.5	35.6	26.1

(i) Κατασκευάστε ένα διάγραμμα διασποράς $Y-X$ (ii) Περιγράψτε πως μέσω μιας ψευδομεταβλητής Z στο μοντέλο $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 Z + \beta_3 XZ + \epsilon$ μπορούμε να ελέγξουμε αν στα δεδομένα χρειάζεται να προσαρμοστούν (A) δύο διαφορετικές ευθείες ή (B) δύο παράλληλες ευθείες ή (Γ) μια ευθεία (iii) Να γίνουν αυτοί οι έλεγχοι. (Δίνονται: $\hat{\beta}_3 = 0.0053$, $\sqrt{C_{33}} = 0.0037$, $SSE_{(A)} = 70.911$, $S_{Y_x(B)} = 2.575$,

$SSR_{(A)} = 61.45$, $\sum_{i=1}^n y_i^2 = 8068.40$) (Βαθμ. 3.5)

ΖΗΤΗΜΑ 2

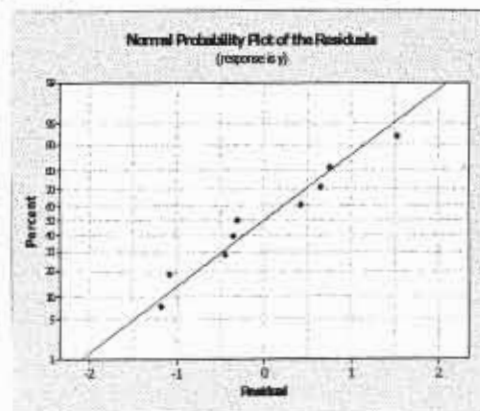
- (i) Πότε χρησιμοποιούμε τη μέθοδο των σταθμισμένων ελαχίστων τετραγώνων ;
- (ii) Να βρεθεί η εκτιμήτρια $\hat{\beta}$ της β με τη μέθοδο των σταθμισμένων ελαχίστων τετραγώνων στο γενικό γραμμικό μοντέλο $y=X\beta+\epsilon$, όπου X ο πίνακας σχεδιασμού.
- (iii) Να βρεθεί η $E(\hat{\beta})$ και ο πίνακας διασποράς - συνδιασποράς $V(\hat{\beta})$. Είναι η $\hat{\beta}$ αμερόληπτη εκτιμήτρια της β ; (Βαθμ. 2.5)

ΖΗΤΗΜΑ 3 (i) Περιγράψτε σύντομα δύο βασικές τεχνικές με βήματα για την επιλογή ενός μοντέλου παλινδρόμησης. (ii) Δώστε τον ορισμό του δείκτη προσδιορισμού R^2 καθώς και της C_p στατιστικής του Mallows. Πως ερμηνεύονται ; (Βαθμ. 2.0)

ΖΗΤΗΜΑ 4

Ο ακόλουθος πίνακας δίνει την επίδραση του χρόνου αντίδρασης (A) και της θερμοκρασίας αντίδρασης (B) στη συγκέντρωση (Y) ενός χημικού προϊόντος.

		B Θερμοκρασία (°C)		
		50	75	100
A Χρόνος (ώρες)	2	4.7	5.5	4.0
	4	6.4	5.9	6.3
	6	7.9	9.0	11.4



Να εξετάσετε (i) αν οι παράγοντες A και B επδρούν σημαντικά στη συγκέντρωση του χημικού προϊόντος (ii) αν τα υπόλοιπα ακολουθούν την Κανονική κατανομή. Ποια η χρησιμότητα αυτού του ελέγχου; (Δίνεται $SSR=35.911$) (Βαθμ. 2.0)

λόγω κανονικότητας

2,5

4,5