



5^ο εξάμηνο ΣΕΜΦΕ (κατεύθυνση Μαθηματικού Εφαρμογών)
Εξέταση κανονικής περιόδου στη Μηχανική Συνεχούς Μέσου
Διδάσκων: Δ. Ευταξιόπουλος
10-3-2004

Θέμα 1

Δίνεται το πεδίο ταχυτήτων:

$$v_1 = \frac{c_1 x_1 + c_2 x_2}{1+t}, \quad v_2 = \frac{c_3 x_1 + c_4 x_2}{1+t}, \quad v_3 = \frac{c_5 x_3}{1+t} \quad (1)$$

σε συνεχές μέσο, όπου (x_1, x_2, x_3) είναι η τρέχουσα θέση του υλικού σημείου και τα c_1, c_2, c_3, c_4 και c_5 είναι σταθερές. Δείξτε ότι η συνιστώσα της επιτάχυνσης κατά x_2 , για χρόνο $t = 0$, δίνεται από τη σχέση:

$$a_2 = (c_1 c_3 + c_3 c_4 - c_3) X_1 + (c_4^2 + c_3 c_2 - c_4) X_2 \quad (2)$$

όπου (X_1, X_2, X_3) είναι η θέση του υλικού σημείου τη χρονική στιγμή $t = 0$.

Θέμα 2

Οχήματα κινούνται σε δρόμο με μια λωρίδα κυκλοφορίας. Ένας παρατηρητής βρίσκεται πάνω σ' ένα όχημα που κινείται με ταχύτητα v . Δείξτε ότι ο ρυθμός αλλαγής της πυκνότητας ρ των οχημάτων, που μετράει ο παρατηρητής, είναι

$$\frac{d\rho}{dt} = \left(v - \frac{dq}{d\rho} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (3)$$

όπου q είναι ο φόρτος των οχημάτων.

Θέμα 3

Υδωρ περιέχεται σε κανάλι ορθογωνικής διατομής, απείρου μήκους $-\infty < x < \infty$ και πλάτους $0 \leq y \leq l$. Κύμα βαρύτητας διαδίδεται κατά τη διεύθυνση x , με μήκος κύματος πολύ μεγαλύτερο από το βάθος. Η εξίσωση της θέσης της ελεύθερης επιφάνειας είναι

$$\zeta(x, y, t) = A \cos(ay) \cos(kx - \omega t) \quad (4)$$

όπου τα A και a είναι σταθερές. Να υπολογιστεί η σταθερά a .