

1) Θεωρούμε ένα σύστημα που αποτελείται από δύο σωματίδια με spin $\frac{1}{2}$ και με μαγνητική ροπή $2\mu_B$ (σύστημα A), και από ένα δεύτερο σύστημα, A' , που αποτελείται από δύο σωματίδια με spin $\frac{1}{2}$ και με μαγνητική ροπή μ_B το καθένα. Τα δύο συστήματα τοποθετούνται σε μαγνητικό πεδίο \vec{B} . (α) Να απαριθμήσετε όλες τις προσιτές καταστάσεις του συστήματος $A' = (A + A')$. Για κάθε μία από αυτές να βρείτε την ολική μαγνήτιση και την ολική ενέργεια. (β) Τα συστήματα A και A' αρχικά δεν βρίσκονται σε επαφή. Οι δύο μαγνητικές ροπές του A κατευθύνονται προς τα κάτω (-) (αντιπαράλληλες στο \vec{B}), ενώ στο σύστημα A' οι δύο μαγνητικές ροπές του κατευθύνονται προς τα πάνω (+). Τα συστήματα έρχονται κατόπιν σε επαφή, ώστε να μπορούν να ανταλλάσσουν ενέργεια ελεύθερα και είναι απομονωμένα από το περιβάλλον. (i) Ποιες καταστάσεις είναι τώρα προσιτές στο σύστημα $A' = (A - A')$; Να υπολογίσετε (ii) τις πιθανότητες $P(E)$ και $P(E')$ για να πάρουν ενέργειες των A και A' κάθε μία από τις δυνατές τους τιμές E και E' αντιστοίχως, (iii) τη μέση τιμή της ενέργειας του A , $\langle E \rangle$ και (iv) τις τιμές της πιθανότητας $P(E)$ και της μέσης τιμής $\langle E \rangle$ στην περίπτωση που τα συστήματα χωρίζονται ξανά, ώστε να μην είναι πια ελεύθερα να ανταλλάξουν ενέργεια μεταξύ τους.

2) Ένα θερμικό μονωμένο χάλκινο δοχείο με μάζα 500 gram βρίσκεται σε θερμοκρασία 20 °C. Προσθέτουμε στο δοχείο 200 gram νερού σε θερμοκρασία 10 °C και απομονώνουμε. (α) Σε ποια θερμοκρασία, T_1 , θα φτάσει το σύστημα νερό - χάλκινου δοχείου; (β) Αφού στάσει στη θερμοκρασία T_1 , τοποθετούμε μέσα στο δοχείο πάγο με μάζα 50 gram σε θερμοκρασία 0°C και ξανααπομονώνουμε το σύστημα. Θα λυώσει όλος ο πάγος; Εάν ναι, ποια θα είναι η τελική θερμοκρασία του συστήματος; Εάν όχι, πόσος πάγος θα παραμείνει στο δοχείο; (γ) Να υπολογίσετε την ολική μεταβολή στην εντροπία που θα επέλθει στο σύστημα.

Η ειδική θερμότητα του χαλκού είναι 0,418 Joules/(gram K) και η ειδική θερμότητα του νερού είναι 4,18 Joules/(gram K). Για να λυώσει ένα γραμμάριο πάγου απαιτούνται 333 Joules.

3) Θεωρούμε ένα σύστημα που αποτελείται από δύο άτομα A και B με μαγνητικές ροπές $\vec{\mu}_A$ και $\vec{\mu}_B$ αντιστοίχως. Αυτές - οι μαγνητικές ροπές μπορούν να έχουν δύο δυνατούς προσανατολισμούς, όπως δείχνει το σχήμα. (Όταν υπάρχει εξωτερικό μαγνητικό πεδίο η κάθε μαγνητική ροπή θα είναι παράλληλη ή αντιπαράλληλη σε αυτό.). Τα δύο άτομα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Η ενέργεια αλληλεπίδρασης είναι $-\lambda \vec{\mu}_A \cdot \vec{\mu}_B$, όπου $\lambda > 0$.

Οι δύο μαγνητικές ροπές έχουν το ίδιο μέτρο: $|\vec{\mu}_A| = |\vec{\mu}_B| = \mu_B$.

Το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία σε θερμοκρασία T και σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B\hat{y}$. Για την περίπτωση αυτή:

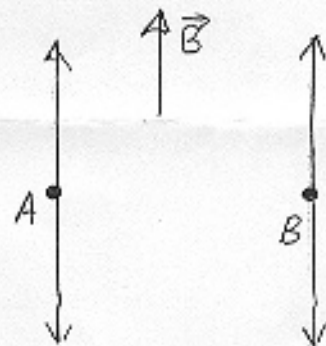
(α) Να υπολογίσετε την ενέργεια του συστήματος για κάθε μία από τις δυνατές καταστάσεις.

(β) Να βρείτε τη συνάρτηση επιμερισμού του συστήματος.

(γ) Να υπολογίσετε τη μέση μαγνήτιση και τη μέση ενέργεια του συστήματος.

(δ) Να περιγράψετε την κατάσταση του συστήματος όταν $T \rightarrow 0$ K, για τις περιπτώσεις

(i) $\lambda = 0$ και (ii) $\vec{B} = 0$. Να σχολιάσετε τα αποτελέσματα που θα προκύψουν.



4) Θεωρήστε ένα σύστημα που ακολουθεί στατιστική Bose - Einstein και αποτελείται από τρία σωματίδια, κάθε ένα από τα οποία μπορεί να βρίσκεται σε μία από τρεις κβαντικές καταστάσεις με αντίστοιχες ενέργειες $\epsilon_1 = 0$, $\epsilon_2 = \epsilon$ και $\epsilon_3 = 2\epsilon$, όπου $\epsilon > 0$. Το σύστημα βρίσκεται σε επαφή με δεξαμενή θερμότητας σε θερμοκρασία T .

(α) Να απαριθμήσετε όλες τις καταστάσεις και να βρείτε τη συνάρτηση επιμερισμού του συστήματος.

(β) Να βρείτε την πιθανότητα κατάληξης της κάθε κατάστασης του συστήματος.

(γ) Να υπολογίσετε τη μέση ενέργεια του συστήματος, καθώς και τις οριακές τιμές της για $T \rightarrow 0$ K και $T \rightarrow \infty$.