

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Διδάσκων: Κ. Παρασκευαΐδης

Διάρκεια 2 ½ ώρες

8/2/2006

1) Θεωρούμε ένα σύστημα που αποτελείται από τρία σωματίδια με σπιν $\frac{1}{2}$ και με μαγνητική ροπή μ_0 (σύστημα A), και από ένα δεύτερο σύστημα, A' , που αποτελείται από δύο σωματίδια με σπιν $\frac{1}{2}$ και με μαγνητική ροπή μ_0 το καθένα. Τα δύο συστήματα τοποθετούνται σε μαγνητικό πεδίο \mathbf{B} . (α) Τα συστήματα A και A' αρχικά δεν βρίσκονται σε επαφή. Οι τρεις μαγνητικές ροπές του A κατευθύνονται προς τα πάνω (+) (παράλληλες στο \vec{B}), ενώ στο σύστημα A' οι δύο μαγνητικές ροπές του κατευθύνονται προς τα κάτω (-). Τα συστήματα έρχονται κατόπιν σε επαφή, ώστε να μπορούν να ανταλλάσσουν ενέργεια ελεύθερα και είναι απομονωμένα από το περιβάλλον. (i) Ποιες καταστάσεις είναι τώρα προσιτές στο σύστημα $A^* = (A + A')$; Να υπολογίσετε (ii) τις πιθανότητες $P(M)$ και $P(M')$ για να πάρουν οι ολικές μαγνητικές ροπές των A και A' κάθε μία από τις δυνατές τους τιμές M και M' αντιστοίχως, (iii) τη μέση τιμή της ολικής μαγνητικής ροπής του A , $\langle M \rangle$ και (iv) τη μέση τιμή της ολικής μαγνητικής ροπής του A' , $\langle M' \rangle$.

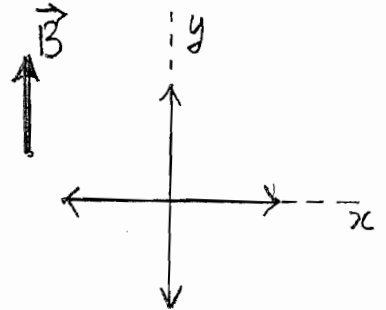
2) Θεωρούμε ένα παραμαγνητικό υλικό που περιέχει N άτομα με μαγνητικές ροπές μ_0 . Αυτές οι μαγνητικές ροπές μπορούν να έχουν τέσσερις δυνατούς προσανατολισμούς, στο ίδιο επίπεδο, όπως δείχνει το σχήμα. Δεν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των ατόμων του υλικού αυτού.

(α) Να υπολογίσετε την ενέργεια ενός τέτοιου ατόμου για κάθε μία από τις παραπάνω καταστάσεις, όταν το υλικό βρίσκεται σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B \hat{y}$.

Το παραμαγνητικό υλικό βρίσκεται σε ισορροπία σε θερμοκρασία T και σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B \hat{y}$. Για την περίπτωση αυτή:

(β) Να βρείτε τη συνάρτηση επιμερισμού του συστήματος των N ατόμων.

(γ) Να υπολογίσετε τη μέση μαγνήτιση και τη μέση ενέργεια ανά άτομο, καθώς και τις οριακές τιμές τους για $T \rightarrow 0$ K και $T \rightarrow \infty$. Να περιγράψετε την κατάσταση του συστήματος στις οριακές τιμές της θερμοκρασίας $T \rightarrow 0$ K και $T \rightarrow \infty$.



3) Ένα θερμικά μονωμένο χάλκινο δοχείο με μάζα 500 gram βρίσκεται σε θερμοκρασία 100 °C. Προσθέτουμε στο δοχείο 200 gram νερού σε θερμοκρασία 20 °C και απομονώνουμε. (α) Σε ποια θερμοκρασία, T_1 , θα φτάσει το σύστημα νερού - χάλκινου δοχείου; (β) Αφού φτάσει στη θερμοκρασία T_1 , τοποθετούμε μέσα στο δοχείο πάγο με μάζα 100 gram σε θερμοκρασία -20 °C και ξανααπομονώνουμε το σύστημα. Θα λιώσει όλος ο πάγος; Εάν ναι, ποια θα είναι η τελική θερμοκρασία του συστήματος; Εάν όχι, πόσος πάγος θα παραμείνει στο δοχείο; (γ) Να υπολογίσετε την ολική μεταβολή στην εντροπία που θα επέλθει στο σύστημα.

Η ειδική θερμότητα του χαλκού είναι 0,418 Joules/(gram K), η ειδική θερμότητα του νερού είναι 4,18 Joules/(gram K) και η ειδική θερμότητα του πάγου είναι 2,13 Joules/(gram K). Για να λιώσει ένα γραμμάριο πάγου απαιτούνται 333 Joules.

4) Θεωρήστε ένα σύστημα που ακολουθεί στατιστική Bose - Einstein και αποτελείται από τέσσερα σωματίδια, κάθε ένα από τα οποία μπορεί να βρίσκεται σε μία από δύο κβαντικές καταστάσεις με αντίστοιχες ενέργειες $\epsilon_1 = -\epsilon$, $\epsilon_2 = \epsilon$, όπου $\epsilon > 0$. Το σύστημα βρίσκεται σε επαφή με δεξαμενή θερμότητας σε θερμοκρασία T .

(α) Να απαριθμήσετε όλες τις καταστάσεις και να βρείτε τη συνάρτηση επιμερισμού του συστήματος.

(β) Να βρείτε την πιθανότητα κατάληψης της κάθε κατάστασης του συστήματος, καθώς και τις οριακές τιμές της για $T \rightarrow 0$ K και $T \rightarrow \infty$.

(γ) Να υπολογίσετε τη μέση ενέργεια του συστήματος, καθώς και τις οριακές τιμές της για $T \rightarrow 0$ K και $T \rightarrow \infty$.

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΕΤΕ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ ΤΟΥ F. MANDL
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ