ΕΜΠ-ΣΕΜΦΕ:ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ-ΙΙ

Φεβρουάριος 2003
Διάρχεια 2,30 ώρες

Θέμα 1ον

(i) Αναφέρετε συνθήκες που πρέπει να ικανοποιεί η κυματοσυνάρτηση $\psi(\vec{r},t)$ ενός σωματιδίου αν είναι χανονικοποιήσιμη .

(ii) Ποτέ ένας τελεστής ονομάζεται Ερμιτιανός και πότε ένας πίνακας ονομάζεται Ερμιτιανός ; Να δείξετε ότι ο πίνακας που είναι αναπαράσταση ενός Ερμιτιανού τελεστή είναι Ερμιτιανός. Ισχύει άραγε το αντίστροφο, δηλαδή αν ο πίνακας αναπαράστασης ενός τελεστη είναι Ερμιτιανός είναι και ο τελεστή ς Ερμιτιανός;

Θέμα 2ον

Στηριζόμενοι στην αρχή της αβεβαιότητας να εκτιμήσετε την ενέργεια της θεμελιώδους κατάστασης ενός αρμονικού ταλαντωτή.

Θέμα 3ον

Η κυματοσυνάρτηση ενός ατόμου του υδρογόνου δίνεται από τη σχέση

$$\psi = \frac{1}{2}\psi_{100} + \frac{1}{\sqrt{2}}\psi_{21-1} + \alpha\psi_{211} + \beta\psi_{411}$$

όπου οι $\psi_{100}, \psi_{21-1}, \psi_{211}$ και ψ_{411} είναι χανονικοποιημένες.

(i) Για ποιές τιμές των σταθερών α και β η αναμενόμενη τιμή της ενέργειας $< E >$ γίνεται μέγιστη και για ποιές ελάχιστή; Ποιές είναι οι τιμές των $< E >_{max}$ και $< E >_{min}$;

(ii) Αν $< E >=< E >_{max}$ να υπολογιστούν

1. Η πιθανότητα να βρούμε σε μιά μέρτηση την τιμή $l = 1$, όπου l είναι ο κβαντικός αριθμός της στροφορμής του ατόμου.
2. Οι αναμενόμενες τιμές $< \vec{L}^2 >$ και $< L_z >$ του τετραγώνου της στροφορμής και της z συνιστώσας της.

Θέμα 4ον

Ένα σύστημα που έχει σπιν $\frac{1}{2}$ βρίσκεται σε μια κατάσταση που είναι η ιδιοκατάσταση του τελεστή $s_x + \frac{1}{\sqrt{2}}s_y$ με τη μεγαλύτερη ιδιοτιμή του.

(i) Να υπολογιστεί η ιδιοκατάσταση αυτή του συστήματος.

(ii) Να υπολογιστεί η πιθανότητα να είναι η z συνιστώσα του σπιν του συστήματος ίση με $\frac{\hbar}{2}$.

Υπόμνηση: $(A)_{ij} = (\psi_i, \alpha\psi_j)$, $H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}$, $(\Delta\alpha)(\Delta\beta) \geq \frac{1}{2}\,|< [A,B] >|$, $E_{\text{θεμελιώδους κατάστασης ατόμου υδρογόνου}} = -13,6eV$, $dV = r^2 dr sin\theta d\theta d\phi$,

$$S_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, S_y = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, S_z = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$