ΚΕΝΤΡΙΚΟ ΟΡΙΑΚΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

<u>Ορισμοί:</u>

Α) Έστω η ακολουθία συναρτήσεων κατανομής πιθανότητας $\{F_n,\ n=1,2,..\}$. Θα λέμε ότι αυτή **συγκλίνει ασθενώς** στην συνάρτηση κατανομής F, $F_n \xrightarrow{a} F \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$ στο οποίο η F είναι συνεχής: $\lim_{n\to\infty} F_n(x) = F(x)$.

Β) Έστω η ακολουθία τυχαίων μεταβλητών $\{X_n,\ n=1,2,..\}$. Θα λέμε ότι αυτή **συγκλίνει κατά πιθανότητα** στην τυχαία μεταβλητή X, $X_n \xrightarrow{p} X \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0$: $\lim_{n\to\infty} P(|X_n - X| > \varepsilon) = 0$.

Γ) Έστω η ακολουθία τυχαίων μεταβλητών $\{X_n,\ n=1,2,..\}$. Θα λέμε ότι αυτή **συγκλίνει κατά νόμο** στην τυχαία μεταβλητή X, $X_n \xrightarrow{d} X$ όταν $F_{X_n} \xrightarrow{a} F_X$, όπου F_{X_n} η ακολουθία των συναρτήσεων κατανομής πιθανότητας των X_n και F_X η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας της X.

Θεώρημα (Ασθενείς Νόμοι Μεγάλων Αριθμών): Έστω η ακολουθία ανεξάρτητων και ισόνομων τυχαίων μεταβλητών $\{X_n,\ n=1,2,..\}$ με πεπερασμένη μέση τιμή μ. Έστω $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$. Τότε $\bar{X} \xrightarrow{p} \mu$.

Θεώρημα (Κεντρικό Οριακό Θεώρημα): Έστω η ακολουθία ανεξάρτητων και ισόνομων τυχαίων μεταβλητών $\{X_n,\ n=1,2,..\}$ με πεπερασμένη μέση τιμή μ και διασπορά σ^2. Αν $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$, τότε $\frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \xrightarrow{d} Z \sim N(0,1)$.