

**ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**  
**ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ**

Διδάσκων: Κ. Παρασκευαΐδης

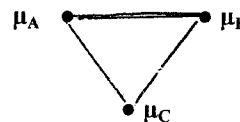
Διάρκεια 2 ½ ώρες

17/2/2011

1) Θεωρούμε ένα σύστημα που αποτελείται από δύο σωματίδια με spin  $\frac{1}{2}$  και με μαγνητική ροπή  $2\mu_0$  το καθένα (σύστημα  $A$ ), και από ένα δεύτερο σύστημα, (σύστημα  $A'$ ), που αποτελείται από δύο σωματίδια με spin  $\frac{1}{2}$  και με μαγνητική ροπή  $\mu_0$  το καθένα. Τα δύο συστήματα τοποθετούνται σε μαγνητικό πεδίο  $\mathbf{B}$ . (α) Να απαριθμήσετε όλες τις προσιτές καταστάσεις του συστήματος  $A' = A + A'$ . Για κάθε μία από αυτές να βρείτε την ολική μαγνήτιση και την ολική ενέργεια. (β) Τα συστήματα  $A$  και  $A'$  αρχικά δεν βρίσκονται σε επαφή. Η μαγνητική ροπή του  $A$  είναι  $M = -4\mu_0$ , ενώ η μαγνητική ροπή του  $A'$  είναι  $M' = 2\mu_0$ . Τα συστήματα έρχονται κατόπιν σε επαφή, ώστε να μπορούν να ανταλλάσσουν ενέργεια ελεύθερα, είναι απομονωμένα από το περιβάλλον και φθάνουν στην κατάσταση ισορροπίας. Να υπολογίσετε (i) τις πιθανότητες  $P(M)$  και  $P(M')$  για να πάρουν οι ολικές μαγνητικές ροπές των  $A$  και  $A'$  μία από τις δυνατές τους τιμές  $M$  και  $M'$  αντιστοίχως, και (ii) τις μέσες τιμές  $\langle M \rangle$  και  $\langle M' \rangle$ .

2) Θεωρούμε ένα σύστημα που απαρτίζεται από τρία άτομα  $A$ ,  $B$  και  $C$  με μαγνητικές ροπές  $\mu_A$ ,  $\mu_B$  και  $\mu_C$  αντιστοίχως, όπως δείχνει το σχήμα. Αυτές οι μαγνητικές ροπές μπορούν να έχουν δύο δυνατούς προσανατολισμούς: (Όταν υπάρχει εξωτερικό μαγνητικό πεδίο  $\mathbf{B}$  η κάθε μαγνητική ροπή μπορεί να είναι παράλληλη ή αντιπαράλληλη προς αυτό). Τα τρία άτομα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Η ενέργεια του συστήματος είναι:

$$E(\mu_A, \mu_B, \mu_C) = -\mu_A \cdot \mathbf{B} - \mu_B \cdot \mathbf{B} - \mu_C \cdot \mathbf{B} + \lambda \mu_A \cdot \mu_B + \lambda \mu_B \cdot \mu_C + \lambda \mu_C \cdot \mu_A, \text{ όπου } \lambda > 0.$$



Οι τρεις μαγνητικές ροπές έχουν το ίδιο μέτρο:  $|\mu_A| = |\mu_B| = |\mu_C| = \mu_0$ . Το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία σε θερμοκρασία  $T$  και σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο  $\mathbf{B} = B \hat{y}$ . Για την περίπτωση αυτή: (α) Να υπολογίσετε την ενέργεια του συστήματος για κάθε μία από τις δυνατές καταστάσεις. (β) Να βρείτε τη συνάρτησή επιμερισμού του συστήματος. (γ) Να υπολογίσετε τη μέση ενέργεια του συστήματος. (δ) Για την περίπτωση που έχουμε 12000 ζεύγη τα οποία δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, να περιγράψετε με ποιον τρόπο κατανομονται όταν  $T \rightarrow 0$  K, για τις περιπτώσεις (i)  $B = \lambda\mu_0$  και (ii)  $B = 3\lambda\mu_0$ .

3) Τοποθετούμε σε ένα θερμομονωτικό δοχείο Dewar 100 g πάγου σε θερμοκρασία  $-40^\circ\text{C}$  και 1000 g ρινισμάτων μολύβδου σε θερμοκρασία  $200^\circ\text{C}$  και απομονώνουμε. Το δοχείο, επειδή είναι Dewar, δεν αλληλεπιδρά με τα υλικά που περιέχονται σ' αυτό. (α) Να περιγράψετε την τελική κατάσταση του συστήματος και να βρείτε την τελική του θερμοκρασία. (β) Να υπολογίσετε την ολική μεταβολή στην εντροπία που θα επέλθει στο σύστημα.

Η ειδική θερμότητα του πάγου είναι  $2,13 \text{ J/(g K)}$ . Η ειδική θερμότητα του νερού είναι  $4,18 \text{ J/(g K)}$ . Η ειδική θερμότητα μολύβδου είναι  $0,126 \text{ J/(g K)}$ . Για να λιώσει ένα γραμμάριο πάγου απαιτούνται 333 Joules.

4) Θεωρήστε ένα σύστημα που ακολουθεί στατιστική Bose - Einstein και αποτελείται από δύο πανομοιότυπα σωματίδια. Το σύστημα έχει τρεις ενεργειακές στάθμες με ενέργειες  $\epsilon_1 = \epsilon$ ,  $\epsilon_2 = 2\epsilon$  και  $\epsilon_3 = 3\epsilon$  ( $\epsilon > 0$ ), και αντίστοιχους εκφυλισμούς  $g_1 = 1$ ,  $g_2 = 1$  και  $g_3 = 2$ . Το σύστημα αυτό βρίσκεται σε θερμική επαφή με δεξαμενή θερμότητας σε θερμοκρασία  $T$ .

(α) Να απαριθμήσετε όλες τις καταστάσεις του συστήματος και να βρείτε τη συνάρτηση επιμερισμού  $Z$ .

(β) Να υπολογίσετε τη μέση ενέργεια του συστήματος, καθώς και τις τιμές της για  $T \rightarrow 0$ ,  $T = \epsilon/(k_B \ln 2)$  και  $T \rightarrow \infty$ .

(γ) Να βρείτε την πιθανότητα κατάληψης της βασικής κατάστασης του συστήματος για τις τρεις τιμές της θερμοκρασίας του ερωτήματος (β).

**ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ**  
**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**