

ΕΧΘΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Διδάσκων: Κ. Παρωσκειοαίδης

Διάρκεια 2 ½ ώρες

18/2/2008 → 1/3/2008 → 17/3/2008

1) Θεωρούμε ένα σύστημα που αποτελείται από τρία σωματίδια με spin $\frac{1}{2}$ και με μαγνητική ροπή μ_B το καθένα (σύστημα A), και από ένα δεύτερο σύστημα, A' , που αποτελείται από ένα σωματίδιο με spin $\frac{1}{2}$ και με μαγνητική ροπή $2\mu_B$. Τα δύο συστήματα τοποθετούνται σε μαγνητικό πεδίο B . Τα συστήματα A και A' αρχικά δεν βρίσκονται σε επαφή. Η μαγνητική ροπή του A είναι $M = -3\mu_B$, ενώ η μαγνητική ροπή του A' είναι $M' = 2\mu_B$. Τα συστήματα έρχονται κατόπιν σε επαφή, ώστε να μπορούν να ανταλλάσσουν ενέργεια ελεύθερα, είναι απομονωμένα από το περιβάλλον και φθάνουν στην κατάσταση ισορροπίας.

(α) Να απαριθμήσετε όλες τις προσιτές καταστάσεις του συστήματος $A'' = A + A'$. Για κάθε μία από αυτές να βρείτε την ολική μαγνήτιση και την ολική ενέργεια. Να υπολογίσετε (β) τις πιθανότητες $P(M)$ και $P(M')$ για να πάρουν οι ολικές μαγνητικές ροπές των A και A' μία από τις δυνατές τους τιμές M και M' αντιστοίχως, (γ) τη μέση τιμή του M , $\langle M \rangle$ και τη μέση τιμή του M' , $\langle M' \rangle$.

2) Ένα θερμικά μονωμένο χάλκινο δοχείο με μάζα 1000 g βρίσκεται σε θερμοκρασία 80 °C. Προσθέτουμε στο δοχείο 500 g θρυμματισμένου πάγου σε θερμοκρασία -20 °C, και 200 g ρινίσματα μολύβδου σε θερμοκρασία 100 °C και στη συνέχεια απομονώνουμε. (α) Θα λιώσει όλος ο πάγος; Εάν ναι, ποια θα είναι η τελική θερμοκρασία του συστήματος; Εάν όχι, πόσος πάγος θα λιώσει; (β) Να υπολογίσετε την ολική μεταβολή στην εντροπία που θα επέλθει στο σύστημα.

Η ειδική θερμότητα του χαλκού (Cu) είναι 0,418 J/(g K), η ειδική θερμότητα του μολύβδου (Pb) είναι 0,126 J/(g K) και η ειδική θερμότητα του νερού είναι 4,18 J/(g K). Για να λιώσει ένα γραμμάριο πάγου απαιτούνται 333 Joules.

$c_{Cu} = 0.418 \text{ (J/gK)}, c_{Pb} = 0.126 \text{ J/gK}, c_{H_2O} = 4.18 \text{ J/gK}, c_{\text{πάγος}} = 2.03 \text{ J/gK}$

3) Θεωρούμε ένα σύστημα που αποτελείται από τρία άτομα A , B και C με μαγνητικές ροπές μ_A , μ_B και μ_C αντιστοίχως (βλ. σχήμα). Αυτές οι μαγνητικές ροπές μπορούν να έχουν δύο δυνατούς προσανατολισμούς. (Όταν υπάρχει εξωτερικό μαγνητικό πεδίο η κάθε μαγνητική ροπή θα είναι παράλληλη ή αντιπαράλληλη σε αυτό). Τα τρία άτομα βρίσκονται σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο $B = B \hat{z}$ και επίσης αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Η ενέργεια αλληλεπιδράσης είναι $-J \mu_A \mu_B$, όπου $J > 0$. Οι τρεις μαγνητικές ροπές έχουν το ίδιο μέτρο: $|\mu_A| = |\mu_B| = |\mu_C| = \mu_0$.



(α) Να υπολογίσετε την ενέργεια του συστήματος για κάθε μία από τις δυνατές καταστάσεις.

$-J \mu_A \mu_B - J \mu_B \mu_C - J \mu_C \mu_A$
 $-J \mu$

Το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία σε θερμοκρασία T :

(β) Να βρείτε τη σύγκριση επιμερισμού του συστήματος.

(γ) Να υπολογίσετε τη μέση ενέργεια του συστήματος όταν $B = 0$, και όταν $B = J \mu_0 \hat{z}$.

(δ) Θεωρούμε $B = J \mu_0 \hat{z}$. Για την περίπτωση που έχουμε 2200 τριάδες ατόμων (A , B και C) οι οποίες δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, να περιγράψετε με ποιον τρόπο κατανομονται όταν $T \rightarrow 0$ K, και όταν $T = J \mu_0^2 / (k_B \ln 2)$.

4) Θεωρήστε ένα σύστημα που αποτελείται από τέσσερα πανομοιότυπα σωματίδια. Υπάρχουν τρεις διαθέσιμες ενεργειακές στάθμες, 1, 2, 3, με αντίστοιχες ενέργειες ϵ , 2ϵ και 3ϵ ($\epsilon > 0$). Το σύστημα βρίσκεται σε μία κατάσταση όπου δύο σωματίδια είναι στην ενεργειακή στάθμη #1 και τα άλλα δύο στην ενεργειακή στάθμη #2. (α) Για την περίπτωση που τα πανομοιότυπα σωματίδια ακολουθούν τη στατιστική Bose-Einstein, να βρείτε τις καταστάσεις του συστήματος με την αμέσως υψηλότερη ενέργεια και με την αμέσως χαμηλότερη ενέργεια. Ποια είναι η βασική κατάσταση του συστήματος; Να βρείτε το λόγο των πιθανοτήτων κατάληξης της κάθε μιας από τις παραπάνω καταστάσεις, ως προς τη βασική κατάσταση του συστήματος. (β) Να απαντήσετε στα ερωτήματα του (α) για την περίπτωση που τα πανομοιότυπα σωματίδια είναι ηλεκτρόνια.

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΕΤΕ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ ΤΟΥ F. MANDL
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ