ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Κανονική εξέταση στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι 24 Φεβρουαρίου 2009

Διδάσκοντες: Λ. Απέκης, Ε. Λιαροκάπης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες Απαντήστε σε όλα τα θέματα Τα θέματα είναι ισοδύναμα

✓ **Θέμα 1.** Μια σφαίρα με μάζα M κινείται οριζοντίως με ταχύτητα υ_0 και προσκρούσει τη χρονική στιγμή $t=0$ σε ένα σακί με άμμο, πάχους d, το οποίο και διαπερνά. Η δύναμη τριβής μέσα στην άμμο είναι ανάλογη της ταχύτητας, $F=-k\upsilon$, όπου k είναι μια θετική σταθερά και το αρνητικό πρόσημο υποδηλώνει ότι η τριβή αντιτίθεται στην κίνηση. Η δύναμη της βαρύτητας μπορεί να αγνοηθεί. Να υπολογίσετε:

(α) Την ταχύτητα της σφαίρας ως συνάρτηση του χρόνου, $\upsilon(t)$.

(β) Την ταχύτητα της σφαίρας, $\upsilon(x)$, ως συνάρτηση της απόστασης x που έχει διανύσει μέσα στην άμμο, καθώς και την ταχύτητά της κατά την έξοδο από το σακί.

(γ) Την απόσταση $x(t)$ που διανύει η σφαίρα μέσα στην άμμο ως συνάρτηση του χρόνου t.

(δ) Τον χρόνο που απαιτείται για να περάσει η σφαίρα μέσα από το σακί.

Θέμα 2. Ομογενής λεπτός επίπεδος κυκλικός δίσκος έχει μάζα m και ακτίνα R και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές περί οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου σε περιμετρικό σημείο Α. Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι $I_o=\frac{1}{2}mR^2$.

(α) Ο δίσκος εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας του, στην οποία η ευθεία ΑΟ είναι κατακόρυφη, έτσι ώστε στη νέα του θέση η ΑΟ να σχηματίζει γωνία $\theta_0=60^0$ με την προς τα κάτω κατακόρυφο, και από αυτή τη θέση αφήνεται να περιστραφεί ελεύθερα περί τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Α. Να βρεθεί η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα του δίσκου ω_m στην κίνηση που θα επακολουθήσει.

(β) Να διατυπωθεί η εξίσωση κίνησης του δίσκου συναρτήσει της γωνιακής απόκλισης θ. Να βρεθεί η γωνιακή συχνότητα των ταλαντώσεων αν η αρχική γωνία απόκλισης ήταν πολύ μικρή.

Θέμα 3. (α) Σώμα μάζας m κινείται υπό την επίδραση της δύναμης της παγκόσμιας έλξης που του ασκεί άλλο σώμα μάζας M, το οποίο βρίσκεται ακίνητο στην αρχή Ο. Να αποδειχθεί ότι η στροφορμή του κινούμενου σώματος ως προς το σημείο Ο είναι σταθερή και ότι η τροχιά του είναι επίπεδη.

(β) Ένας σφαιρικός πλανήτης έχει μάζα M και ακτίνα R, δεν περιστρέφεται και δεν έχει ατμόσφαιρα. Από ένα σημείο του πλανήτη εκτοξεύεται ένα βλήμα, με αρχική ταχύτητα υ_0 σε οριζόντια διεύθυνση (δηλ. εφαπτομενικά ως προς την επιφάνεια του πλανήτη). Το βλήμα φθάνει σε μέγιστη απόσταση R_1 από το κέντρο του πλανήτη, όπου και έχει ταχύτητα υ_1. Δείξετε ότι ισχύει η σχέση $\upsilon_0=\sqrt{\frac{2GM}{R}}\frac{1}{\sqrt{1+R/R_1}}$. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της υ_0 για την οποία το βλήμα απομακρύνεται σε άπειρη απόσταση από τον πλανήτη (ταχύτητα διαφυγής);

=> =>

Θέμα 4. Ένα φωτόνιο με ενέργεια E_γ συγκρούεται με ακίνητο σωματίδιο του οποίου η μάζα ηρεμίας είναι M. Μετά τη σύγκρουση δημιουργείται ένα σωματίδιο μάζας ηρεμίας m_0 το οποίο παραμένει ακίνητο, και ένα άλλο σωματίδιο μάζας ηρεμίας m_1 το οποίο κινείται με ταχύτητα υ_1.

(α) Δείξετε ότι είναι $\dfrac{\upsilon_1}{c} = \dfrac{E_\gamma}{Mc^2 - m_0 c^2 + E_\gamma}$.

(β) Δείξετε ότι είναι $m_1 = \sqrt{(M-m_0)(M-m_0+2E_\gamma/c^2)}$.

(γ) Εξηγήστε με λόγια τι συμβαίνει στις ειδικές περιπτώσεις:
(i) όταν είναι $m_0 = 0$, και (ii) όταν είναι $m_0 = M$.

Γενικό Τυπολόγιο

Κλασική Μηχανική: $\quad \mathbf{L} = M\,\mathbf{r}\times\mathbf{v} \qquad \mathbf{N} = \mathbf{r}\times\mathbf{F} \qquad \dfrac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{N}$

Σχετικιστική Κινηματική:

Αν ένα σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα $V\hat{\mathbf{x}}$ ως προς ένα σύστημα αναφοράς S, και οι άξονες των δύο συστημάτων συμπίπτουν όταν $t = t' = 0$, τότε:

$$x' = \gamma(x - Vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \qquad \beta \equiv \frac{V}{c} \qquad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\Delta l = \Delta l_0/\gamma \qquad \Delta t = \gamma\,\Delta t_0 \qquad \upsilon'_x = \frac{\upsilon_x - V}{1 - \dfrac{\upsilon_x V}{c^2}}, \qquad \upsilon'_y = \frac{\upsilon_y}{\gamma\left(1 - \dfrac{\upsilon_x V}{c^2}\right)}, \qquad \upsilon'_z = \frac{\upsilon_z}{\gamma\left(1 - \dfrac{\upsilon_x V}{c^2}\right)}.$$

Σχετικιστική Δυναμική:

$$m_0 = m(0) \qquad m = m(\upsilon) = \gamma m_0 \qquad p = \gamma m_0 \upsilon \qquad E = \gamma m_0 c^2 \qquad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

Μετασχηματισμός ορμής-ενέργειας:

$$p'_x = \gamma\left(p_x - \frac{\beta E}{c}\right) \qquad p'_y = p_y \qquad p'_z = p_z \qquad E' = \gamma(E - c\beta\, p_x)$$

Για φωτόνια: $\quad E = hf = \dfrac{hc}{\lambda} \qquad E = pc$