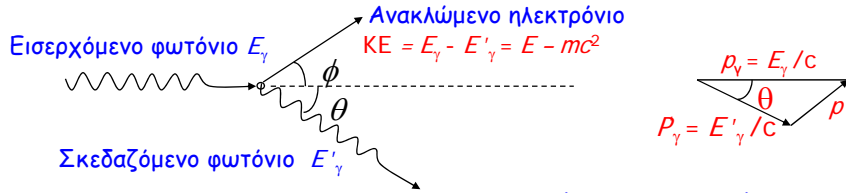


Σκέδαση Compton

- Το φαινόμενο Compton περιγράφει τη σκέδαση ενός φωτονίου από ένα ελεύθερο ατομικό ηλεκτρόνιο: $\gamma + e \rightarrow \gamma' + e'$.
- Το φωτόνιο δεν εξαφανίζεται μετά τη σκέδαση αλλά αλλάζει κατεύθυνση και ενέργεια.
- Το φωτόνιο μεταφέρει μέρος της ενέργειας του στο ηλεκτρόνιο το οποίο μετά τη σκέδαση ονομάζεται «ανακλώμενο ηλεκτρόνιο» (recoil electron).



Διατήρηση ορμής και ενέργειας:

$$(p)^2 = (p_\gamma)^2 + (p'_\gamma)^2 - 2 p_\gamma p'_\gamma \cos\theta$$

$$(pc)^2 = (E_\gamma)^2 + (E'_\gamma)^2 - 2E_\gamma E'_\gamma \cos\theta = E^2 - m^2c^4$$

Επίσης, $T = E_\gamma - E'_\gamma = E - mc^2$

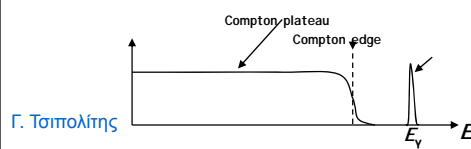
Γ. Τσιπολίτης

Η ενέργεια του σκεδαζόμενου φωτονίου ως συνάρτηση της γωνίας σκέδασης είναι:

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2}(1 - \cos\theta)}$$

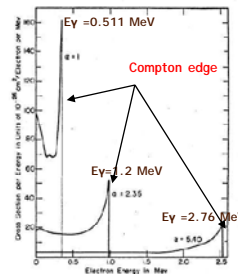
Σκέδαση Compton

- κινητική ενέργεια, T , ανακλώμενου ηλεκτρονίου:
$$T = E_\gamma - E'_\gamma = E_\gamma \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2}(1 - \cos\theta)} \right)$$
- $T = E_\gamma - E'_\gamma$ πάντα μικρότερη της E_γ
- T Μέγιστη όταν $E'_\gamma =$ ελάχιστη ($\theta = 180^\circ$) \rightarrow "Compton Edge"
- T Ελάχιστη όταν $E'_\gamma =$ μέγιστη ($\theta = 0^\circ$)
- Αν το σκεδαζόμενο φωτόνιο διαφύγει χωρίς απώλεια ενέργειας \rightarrow συνεχές φάσμα ενέργειας (Compton plateau)
- οι ακτίνες-γ μπορούν να σκεδαστούν περισσότερες φορές \rightarrow εναποθέτουν ενέργεια
- Αν το σκεδαζόμενο φωτόνιο υποστεί φωτοηλεκτρικό φαινόμενο \rightarrow όλη η ενέργεια εναποτίθεται (full-energy peak).



Γ. Τσιπολίτης

$$T_{\max} = \frac{2E_\gamma^2}{1 + \frac{2E_\gamma}{mc^2}}$$



Σκέδαση Compton

- Η γωνιακή κατανομή των σκεδαζόμενων φωτονίων → σχέση *Klein-Nishina*. Η διαφορική ενεργός διατομή έχει τη μορφή:

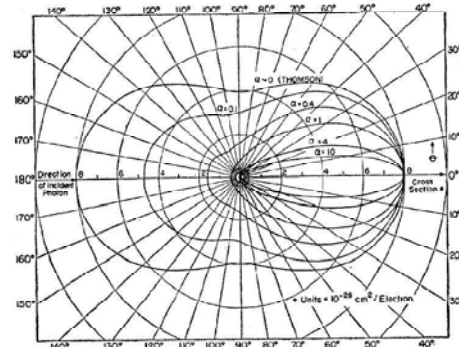
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = Zr_e^2 \left(\frac{1}{1+a(1-\cos\theta)} \right)^2 \left(\frac{1+\cos^2\theta}{2} \right) \left(1 + \frac{a^2(1-\cos\theta)^2}{(1+\cos^2\theta)[1+a(1-\cos\theta)]} \right)$$

όπου $a = E_\gamma / mc^2$ & $r_e =$ κλασική ακτίνα ηλεκτρονίου

- Διάγραμμα σε πολικές συντεταγμένες του αριθμού των φωτονίων σκεδαζονται σε γωνία θ .

- Φαίνονται οι ισο-ενεργειακές γραμμές ως συνάρτηση της αρχικής ενέργειας των εισερχομένων φωτονίων.

- Για μεγάλες ενέργειες φωτονίου παρατηρούμε ότι σκεδαζονται προς τα μπρος.



Γ. Τσιπολίτης

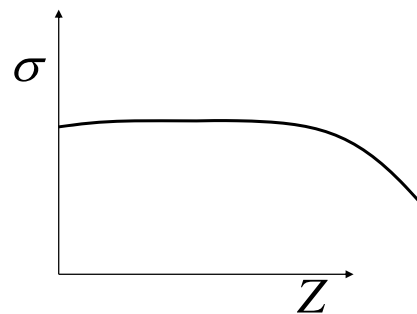
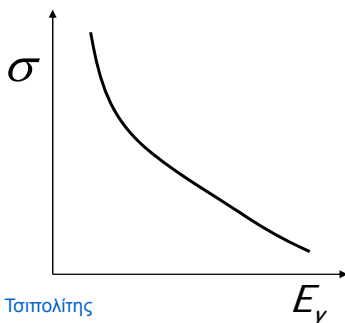
Σκέδαση Compton

- ολική ενεργός διατομή - συντελεστής απορρόφησης Compton

$$\sigma \sim \rho \frac{N_A}{A} Z f(E_\gamma) \rightarrow \sim \rho \frac{N_A}{A} \left(\frac{A}{2} \right) f(E_\gamma) \rightarrow \sim \rho \frac{N_A}{2} f(E_\gamma)$$

διότι $A \approx 2Z$ μέχρι $A \approx 2.6Z$ (εκτός του υδρογόνου)

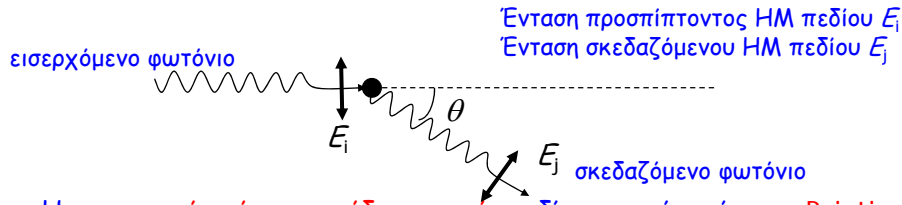
η πιθανότητα να συμβεί το Compton είναι **ανεξάρτητη** του ατομικού αριθμού του υλικού.



Γ. Τσιπολίτης

Σκέδαση Thomson & Rayleigh

- Η επίδραση του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου της ακτινοβολίας-γ επάνω στο ηλεκτρόνιο έχει ως αποτέλεσμα την ταλάντωση του ηλεκτρονίου για χαμηλές ενέργειες του φωτονίου.



- Η ενεργειακή ροή στη μονάδα του χρόνου δίνεται από το άνυσμα Poynting $W = E \times H \rightarrow \langle W \rangle = \langle E^2 \rangle \epsilon_0 c$. Η σκεδασθείσα ενέργεια σε χρόνο dt μέσα από επιφάνεια dS σε απόσταση r από το ηλεκτρόνιο δίνεται:

$$\langle E_j^2 \rangle \epsilon_0 c dS dt = \langle E_j^2 \rangle \epsilon_0 c r^2 d\Omega dt$$

- Θεωρώντας ένα ηλεκτρόνιο τότε η ίδια ενέργεια ισοδυναμεί με την εισερχόμενη επί την διαφορική ενεργό διατομή που σκεδάζεται στη γωνία $d\Omega$:

$$\langle E_j^2 \rangle \epsilon_0 c d\sigma dt \Rightarrow d\sigma = \frac{\langle E_j^2 \rangle}{\langle E_i^2 \rangle} r^2 d\Omega$$

Γ. Τσιπολίτης

Σκέδαση Thomson & Rayleigh

Σκέδαση Thomson $\xrightarrow[\text{με πολλά } e]{\text{άτομα}}$ σκέδαση Rayleigh

φωτόνια πάνω σε ελεύθερα ηλεκτρόνια χωρίς αλλαγή του μήκους κύματος.

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_e^2$$

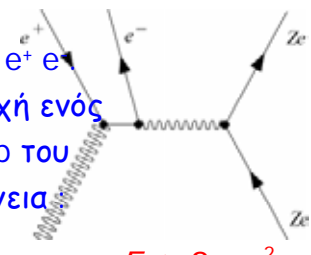
Σκέδαση Rayleigh θεμελιώδης στην περίθλαση ακτινών-Χ από κρυστάλλους.

- Και στις δυο σκεδάσεις δεν μεταφέρεται ενέργεια στο υλικό.
- Τα άτομα του υλικού δεν διεγείρονται, δεν ιονίζονται. Αλλάζει μόνο η διεύθυνση του φωτονίου.
- Για πολύ μεγάλες ενέργειες Χ & ακτινών-γ οι Thomson, Rayleigh είναι αμελητέες.
- Η σκέδαση Compton θεωρείται ως **ΑΣΥΜΦΩΝΗ** διαδικασία σκέδασης, όπου όλα τα ατομικά ηλεκτρόνια δρουν ανεξάρτητα. \rightarrow η ατομική ενεργός διατομή Compton είναι ίση με Z φορές την Klein-Nishina ενεργό διατομή.

Γ. Τσιπολίτης

Δίδυμη Γένεση

- Μετατροπή ενός φωτονίου σ' ένα ζεύγος $e^+ e^-$. Το φαινόμενο συμβαίνει μόνο στην περιοχή ενός πυρήνα ή e^- . Χρειάζεται το πεδίο Coulomb του πυρήνα και απαιτείται μια ελάχιστη ενέργεια



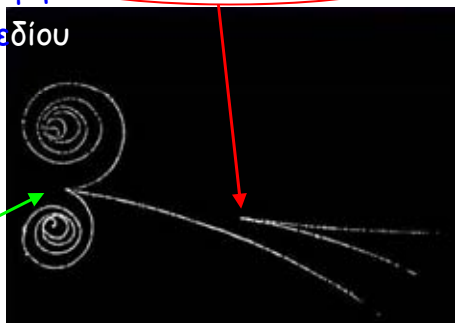
$$E_\gamma \geq 2m_e c^2 + \frac{2m_e^2 c^2}{m_{nucleus}} \quad \text{αλλά } m_{nucleus} \gg m_e \Rightarrow E_\gamma \geq 2m_e c^2$$

$$(\gamma + nucleus \rightarrow nucleus' + e^+ + e^-)$$

- Επίσης μπορούμε να έχουμε δίδυμη γένεση και στην περιοχή του πεδίου Coulomb ενός ηλεκτρονίου με ενέργεια κατωφλίου:

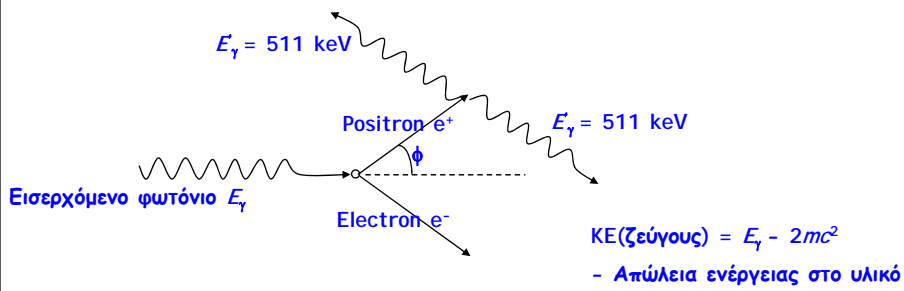
$$E_\gamma \geq 4m_e c^2$$

$$(\gamma + e^- \rightarrow e^- + e^+ + e^-)$$



Γ. Τσιπολίτης

Δίδυμη Γένεση



- Το ποζιτρόνιο χάνει την ενέργεια του και "έλκει" ένα ηλεκτρόνιο και **εξαυλώνεται** σε δυο φωτόνια που το καθένα έχει ενέργεια **0.511 MeV**
- Η μέση ελεύθερη διαδρομή (**mean free path**) ενός φωτονίου για τη δημιουργία ενός ζεύγους e^+e^- σχετίζεται με το «μήκος ακτινοβολίας» (**radiation length**) X_0 ηλεκτρονίων:

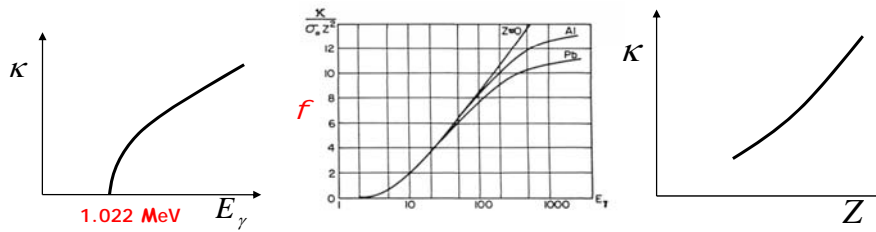
$$\Lambda_{\text{ζεύγους}} = \frac{9}{7} X_0$$

Γ. Τσιπολίτης

Δίδυμη Γένεση

- Η πιθανότητα να συμβεί η δίδυμη γένεση, ονομάζεται συντελεστής παραγωγής ζεύγους (**pair production coefficient**) είναι μια πολύπλοκη συνάρτηση της ενέργειας E_γ , και του ατομικού αριθμού Z . Μπορεί να γραφτεί στη μορφή: $\kappa(m^{-1}) = NZ^2 f(E_\gamma, Z)$

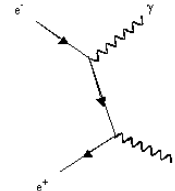
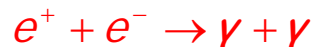
- κ είναι η πιθανότητα να συμβεί η παραγωγή ζεύγους ανά μονάδα μήκους και $f()$ μια συνάρτηση που μεταβάλλεται με την ενέργεια του φωτονίου και πολύ λίγο με τον ατομικό αριθμό.
- κ αυξάνει με (ατομικό αριθμό, ενέργεια) και έχει κατώφλι 1.022 MeV.
- Από τους 3 συντελεστές είναι ο μόνος που αυξάνει με την ενέργεια.



Γ. Τσιπολίτης

Εξαΰλωση Ποζιτρονίου

- τα ποζιτρόνια όταν διαπερνούν την ύλη εξαΰλωνονται με τα ηλεκτρόνια και δημιουργούν φωτόνια:



- Σε μεγάλες ενέργειες, το ποζιτρόνιο θα χάσει την ενέργεια του μέσω ιονισμού και ακτινοβολίας πέδησης μέχρι να αποκτήσει χαμηλή ενέργεια ώστε να εξαΰλωθει.
- e^+ και e^- μπορούν να δημιουργήσουν μια προσωρινή δέσμη κατάσταση (**positronium**), παρόμοια αυτής του ατόμου του υδρογόνου.

Ενεργειακά επίπεδα positronium

Ενεργειακά επίπεδα ατόμου H

$$E_{e^+e^-} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{2n^2}$$

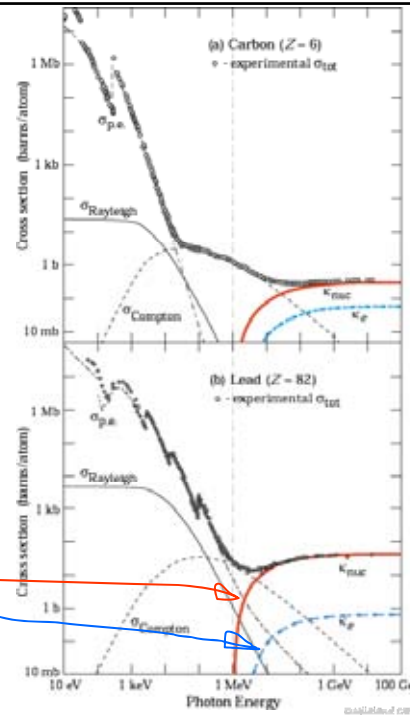
$$E_{p-e^-} = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

Γ. Τσιπολίτης

Αλληλεπίδραση φωτονίων

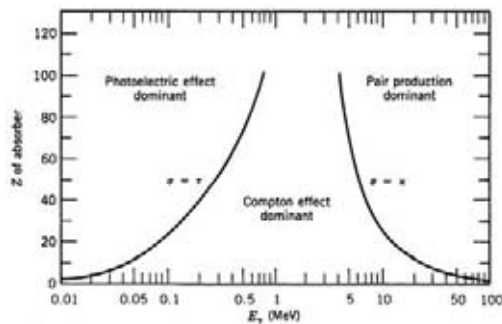
Ενεργός διατομή για την αλληλεπίδραση φωτονίων ως συνάρτηση της ενέργειας για C & Pb με τις επιμέρους συνεισφορές των διαφορετικών διαδικασιών.

- σ_{pe} = Atomic photo-effect (electron ejection, photon absorption)
- $\sigma_{Rayleigh}$ = Coherent scattering (Rayleigh scattering-atom neither ionised nor excited)
- $\sigma_{Compton}$ = Incoherent scattering (Compton scattering off an electron)
- κ_n = Pair production, nuclear field
- κ_e = Pair production, electron field



Γ. Τσιπολίτης

Αλληλεπίδραση φωτονίων



- Η ολική πιθανότητα αλληλ/σης μ ανά μονάδα μήκους καλείται και γραμμικός συντελεστής απορρόφησης (**linear attenuation coefficient**) ισούται με το άθροισμα των τριών πιθανοτήτων ή ενεργών διατομών για τα αντίστοιχα 3 φαινόμενα:

$$\mu \text{ (cm}^{-1}\text{)} = \tau + \sigma + \kappa$$

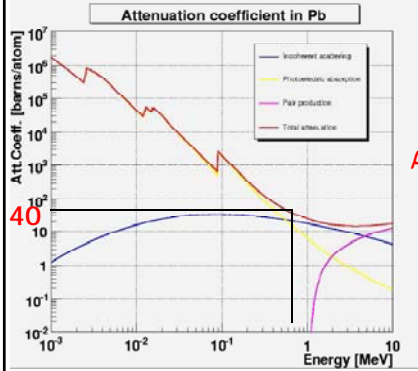
- Ο συντελεστής σε cm^2/g θα έχουμε τον μαζικό συντελεστή εξασθένησης:

$$\mu \text{ (cm}^2/\text{g)} = \mu \text{ (cm}^{-1}\text{)} / \rho \text{ (g/cm}^3\text{)}$$

Γ. Τσιπολίτης

Παράδειγμα

- Να υπολογιστεί το πάχος ενός φύλλου μολύβδου (^{208}Pb) που εξασθενεί μια δέσμη φωτονίων ενέργειας 662 keV που προέρχεται από μια ραδιενεργό πηγή ^{137}Cs κατά ένα παράγοντα 10. Η πυκνότητα του Pb είναι $\rho=11.3 \text{ g/cm}^3$.



Από το διάγραμμα: η ολική ενεργός διατομή της αλλ/σης στο Pb $\sigma=40\text{b/atom} \rightarrow$ ο γραμμικός συντελεστής εξασθένησης θα είναι:

$$\mu = N\rho\sigma = \frac{N_A}{A}\rho\sigma = \frac{6 \times 10^{23}}{208} \cdot 11.3 \times 40 = 1.3 \text{ cm}^{-1}$$

Ο αριθμός των φωτονίων που επιβιώνουν σε απόσταση x :

$$I = I_0 e^{-\mu x} \Rightarrow x = \frac{1}{\mu} \ln\left(\frac{I_0}{I}\right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{1.3} \ln(10) = \underline{\underline{1.77 \text{ cm}}}$$

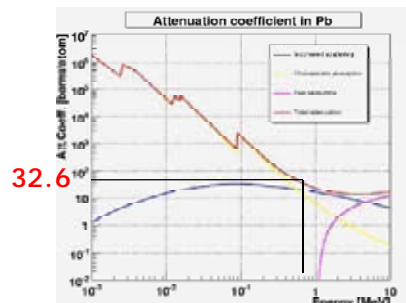
Γ. Τσιπολίτης

Παράδειγμα

- Ένα πάχος 2 mm ενός φύλλου μολύβδου (^{208}Pb) πυκνότητας $\rho=11.3 \text{ g/cm}^3$ εξασθενεί μια δέσμη φωτονίων κατά ένα παράγοντα 8.4. Να υπολογιστεί η ενέργεια των φωτονίων.

$$I = I_0 e^{-\mu x} \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{N_A}{A}\rho\sigma x} \Rightarrow \sigma = \frac{A}{x N_A \rho} \ln\left(\frac{I_0}{I}\right)$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{208}{0.2 \times 6.023 \times 10^{23} \times 11.3} \ln(8.4) = 32.6 \text{ b/atom}$$



Γ. Τσιπολίτης