

Απώλεια ενέργειας φορτισμένων σωματιδίων

- Όταν ένα φορτισμένο σωματίδιο κινείται μέσα στην ύλη αλληλεπιδρά ΗΜ με τα αρνητικά e και τους θετικούς πυρήνες ανταλλάσσοντας φωτόνια. Το αποτέλεσμα αυτών των αλλ/σεων για το φορτισμένο σωματίδιο είναι:
 - Να χάσει ενέργεια,
 - Να αλλάξει κατεύθυνση η τροχιά του,
 - Τελικά να σταματήσει και να απορροφηθεί διανύοντας συνολικά μια απόσταση που ονομάζεται διάστημα εμβέλειας (range).
- Οι μηχανισμοί δια των οποίων χάνει ενέργεια το σωματίδιο είναι:
 - Αλλ/ση Coulomb με τα e και πυρήνες
 - Ατομικές διεγέρσεις
 - Ιονισμό ατόμων
 - ΗΜ ακτινοβολία πέδησης (ακτινοβολείται όταν το σωματίδιο επιβραδύνεται σ' ένα πεδίο Coulomb)
 - Πυρηνικές Αλλ/σεις
 - Ακτινοβολία Chegenkov (όταν ξεπεράσει ένα κατώφλι & αν τα υλικά είναι διαφανές)
 - ΗΜ ακτινοβολία μετάπτωσης (transition radiation) (ακτινοβολείται όταν το σωματίδιο κινείται σε υλικό με ασυνεχή διηλεκτρική σταθερά)

Γ. Τσιπολίτης

Απώλεια ενέργειας φορτισμένων σωματιδίων

- ακτίνα του πυρήνα είναι της τάξης $R_1=1$ fm, ενώ η ακτίνα του ατόμου είναι $R_2=1$ Å τότε

$$\frac{\# \text{ αλλ/σεων με } e^-}{\# \text{ αλλ/σεων με πυρήνες}} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = 10^{10}$$

- αλλ/σεις με τα e είναι πιο πιθανές από τις αλλ/σεις με πυρήνες
- Διέγερση ατόμου: τα e των ατόμων του υλικού λαμβάνουν αρκετή ενέργεια για να μετακινηθούν σε μια μεγαλύτερη τροχιά και αλλάζει από E_1 στην E_2 , → διεγερμένο άτομο. Το e πέφτει πίσω στην αρχική του τροχιά και εκπέμπει μια χαρακτηριστική ακτίνα $-X$ με ενέργεια E_2-E_1

- Ιονισμός ατόμου: Το e του ατόμου λαμβάνει αρκετή ενέργεια ώστε να αποδεδμευτεί από το άτομο και να αποκτήσει κινητική ενέργεια:

$$K = E(\text{λαμβάνει από το σωματίδιο}) - I(\text{ενέργεια Ιονισμού}).$$

τα ελεύθερα ηλεκτρόνια συμπεριφέρονται ως ανεξάρτητα σωματίδια τα οποία με τη σειρά τους αν αποκτήσουν αρκετή ενέργεια μπορούν να δημιουργήσουν ιονισμό, κλπ. Αυτά τα ηλεκτρόνια ονομάζονται ηλεκτρόνια $-δ$.

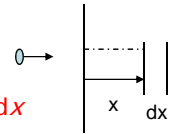
Γ. Τσιπολίτης

Πιθανότητα Αλληλεπίδρασης σε πάχος x

- Ποια η πιθανότητα για ένα σωματίδιο να ΜΗΝ αλληλεπιδράσει σε πάχος x της ύλης;

$P(x)$ = Πιθανότητα ΜΗ αλληλεπίδρασης (ή επιβίωσης) σε x

$w dx$ = Πιθανότητα ΜΙΑΣ αλληλεπίδρασης σε πάχος $x \rightarrow x + dx$



$P(x + dx)$ = Πιθανότητα ΜΗ αλληλεπίδρασης (ή επιβίωσης) σε $x + dx$

$$P(x + dx) = P(x)(1 - w dx) \Rightarrow P(x) + \frac{dP}{dx} dx = P(x) - wP(x) dx$$

$$\Rightarrow dP = -wP(x) dx \Rightarrow \frac{dP}{P} = -w dx \Rightarrow P(x) = C e^{-wx}$$

$$P(0) = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow \underbrace{P(x)}_{\text{Πιθανότητα επιβίωσης}} = e^{-wx}$$

$$\text{Προφανώς } P_{\text{int}}(x) = 1 - P(x) = \underbrace{1 - e^{-wx}}_{\text{Πιθανότητα της αλλ/σης}}$$

$F(x) dx = e^{-wx} w dx$ πιθανότητα πρώτης αλληλεπίδρασης

$x \rightarrow dx$ (Αφού έχει επιζήσει σε βάθος x)

Γ. Τσιπολίτης

Πιθανότητα Αλληλεπίδρασης σε πάχος x

- Η μέση ελεύθερη διαδρομή του σωματιδίου χωρίς αλλ/ση:

$$\lambda = \frac{\int x P(x) dx}{\int P(x) dx} = \frac{\int x e^{-wx} dx}{\int e^{-wx} dx} = \frac{1}{w}$$

- Η πιθανότητα αλλ/σης σε dx: $N \sigma dx$

- Για μικρό dx

$$N \sigma dx = P_{\text{int}} = 1 - (1 - w dx + \dots) = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{N \sigma}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Πιθανότητα Επιβίωσης: } P(x) = e^{-\frac{x}{\lambda}} = e^{-N \sigma x} \\ \text{Πιθανότητα Αλληλεπίδρασης: } P_{\text{αλλ}}(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\lambda}} = 1 - e^{-N \sigma x} \end{cases}$$

Γ. Τσιπολίτης

Επιφανειακή Πυκνότητα

- Για να προσδιορίσουμε το πάχος ενός υλικού απορροφητή χρησιμοποιούμε την επιφανειακή πυκνότητα ή πάχος μάζας

$$\text{Πάχος Μάζας} = \underbrace{\rho}_{\text{πυκνότητα}} \cdot \underbrace{t}_{\text{Πάχος(g/cm}^2\text{)}}$$

- Η επιφανειακή πυκνότητα \rightarrow με **ανηγμένο πάχος**. Χρήσιμο στην **κανονικοποίηση** των υλικών με διαφορετικές πυκνότητες. Υλικά με ίδιες επιφανειακές πυκνότητες \rightarrow ίδιο αποτέλεσμα στις ίδιες ακτινοβολίες

Γ. Τσιπολίτης

Φορτισμένα Σωματίδια

- Διέλευση μέσα από ύλη \rightarrow 2 χαρακτηριστικές διαδικασίες:
 - Απώλεια ενέργειας λόγω ατομικών σκεδάσεων
 - Απόκλιση του σωματιδίου από την αρχική του διεύθυνση.
- Αιτία:
 - Μη ελαστικές κρούσεις σε ατομικά e της ύλης
 - Ελαστικές σκεδάσεις με πυρήνες } πολλές φορές κατά μήκος της διαδρομής.
- Επιπλέον
 - Εκπομπή ακτινοβολίας Cherenkov
 - Πυρηνικές αντιδράσεις
 - Ακτινοβολία πέδησης } Πιο σπάνια.

Γ. Τσιπολίτης

Απώλεια Ενέργειας Βαρέων Φορτισμένων Σωματιδίων

Η απώλεια ενέργειας οφείλεται κυρίως στις κρούσεις με τα ηλεκτρόνια της ύλης μέσω των δυνάμεων Coulomb, διότι:

- πυκνότητα ηλεκτρονίων > πυκνότητα πυρήνων
- Απώλεια ενέργειας από ηλεκτρόνιο > Απώλεια ενέργειας από πυρήνα
- Ενέργεια χάνεται από μεταφορά ορμής (p)
- Recoil κινητική ενέργεια
- Μάζα ηλεκτρονίου \ll Μάζα πυρήνα
- Κ.Ε (Recoil e^-) \gg Κ.Ε (recoil πυρήνας)

$$\left. \begin{array}{l} \text{Recoil kinetic energy} \\ \text{Mass of electron} \ll \text{Mass of nucleus} \\ \text{K.E (Recoil } e^-) \gg \text{K.E (recoil nucleus)} \end{array} \right\} \frac{p^2}{2m} \left(\propto \frac{1}{m} \right)$$

Γ. Τσιπολίτης

Είδος κρούσεων

- Αδύναμες (soft) κρούσεις \rightarrow Διέγερση υλικού
- Δυνατές (hard) κρούσεις \rightarrow Εκπομπή ηλεκτρονίων
hard κρούση ηλεκτρόνια με μεγάλη ενέργεια \rightarrow (δ -rays)
- *μη ελαστικές κρούσεις* \rightarrow στατιστικής φύσεως διαδικασία (κβαντομηχανική πιθανότητα εμφάνισης). λόγω του μεγάλου αριθμού αυτών των κρούσεων μπορούμε να ορίσουμε τη μέση απώλεια ενέργειας ανά μονάδα μήκους:

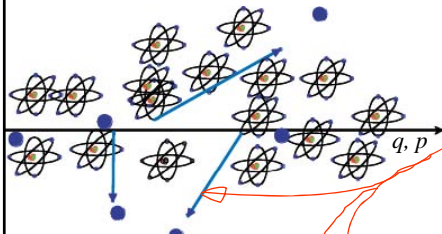
$$S = -\frac{dE}{dx} \text{ (Stopping Power)}$$

- Bohr (Κλασσικός Υπολογισμός)
- Bethe- Bloch (Κβαντομηχανική)
- ελαστική σκέδαση των πυρήνων \rightarrow μικρή μεταφορά ενέργειας

$$M_{\text{πυρ}} \gg M$$

Γ. Τσιπολίτης

δ - rays

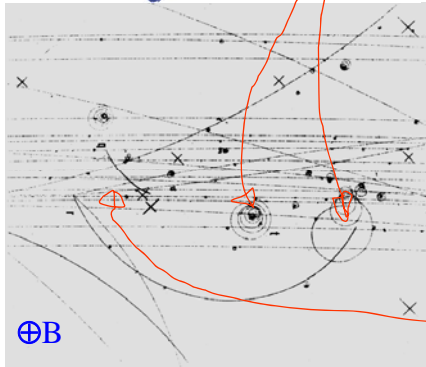


Κατά τον ιονισμό το εκπεμπόμενο e θα έχει κινητική ενέργεια : $0 \leq T \leq T_{max}$

δ-ray με κινητική ενέργεια T_e και ορμή p_e παράγεται σε μια γωνία Θ

$$\cos \Theta = \frac{T_e p_{max}}{p_e T_{max}}$$

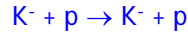
όπου p_{max} η ορμή ενός e με τη μέγιστη μεταφερόμενη κινητική ενέργεια T_{max} . Αυτό το "knock-on" e μπορεί να έχει αρκετή ενέργεια για να ιονίσει μακριά από το αρχικό σωματίδιο.



$\oplus B$

Γ. Τσιπολίτης

Knock on:



p slow

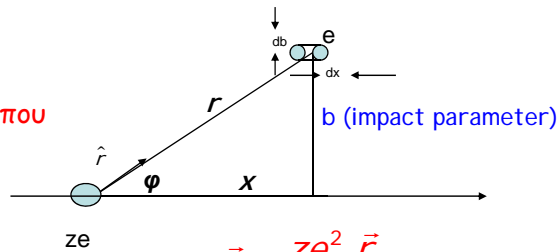
high ionisation

dE/dx - Κλασικός Υπολογισμός (Bohr)

- Κλασική Μηχανική και Ηλεκτρομαγνητισμός
- Σκέδαση φορτισμένου σωματιδίου με φορτίο ze από ατομικό ηλεκτρόνιο
- μεταφορά ορμής (μόνο η κάθετη στην τροχιά του σωματιδίου λόγω συμμετρίας) είναι:

$$P_b = \int_{-\infty}^{+\infty} F_b dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{ze^2}{r^2} \frac{b}{r} \frac{dx}{u}, \text{ όπου}$$

$$b = r \sin \phi, dt = dx / u$$



$$\vec{F} = \frac{ze^2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\Rightarrow P_b = \frac{ze^2}{u} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b dx}{\sqrt{(x^2 + b^2)^3}} = \frac{ze^2}{ub} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{(\sqrt{1+k^2})^3}$$

όπου $k = \frac{x}{b}$ και αφού: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{\sqrt{(1+k^2)^3}} = 2$

Γ. Τσιπολίτης

dE/dx - Κλασσικός Υπολογισμός (Bohr)

$$p_b = \frac{2ze^2}{ub}$$

Επομένως η ενέργεια που λαμβάνει το e^- θα είναι:

$$\Delta E_b = \frac{p_b^2}{2m_e} = \frac{2z^2e^4}{m_e u^2 b^2}$$

Αν N_e η πυκνότητα ηλεκτρονίων η απώλεια ενέργειας που μεταφέρεται στα ηλεκτρόνια που βρίσκονται μεταξύ b και $b+db$ σε πάχος dx είναι:

$$-dE_b = \Delta E_b n_e dV \longleftarrow dV = 2\pi b db dx$$

$$\Rightarrow -dE_b = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e u^2} n_e \frac{db}{b} dx$$

Γ. Τσιπολίτης

dE/dx - Κλασσικός Υπολογισμός (Bohr)

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e u^2} n_e \ln\left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}}\right)$$

- b_{\min} & b_{\max} ? Αν $M \gg m_e$ η μέγιστη μεταφερόμενη ενέργεια είναι

$$\frac{1}{2} m_e (2v)^2 \text{ σχετικότητα} \Rightarrow 2m_e \gamma^2 v^2$$

$$\Rightarrow \Delta E_b = \frac{2z^2 e^4}{m_e u^2 b_{\min}^2} = 2m_e \gamma^2 v^2 \Rightarrow b_{\min} = \frac{ze^2}{\gamma m_e u^2}$$

Γ. Τσιπολίτης

dE/dx - Κλασικός Υπολογισμός (Bohr)

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} n_e \ln\left(\frac{b_{\max}}{b_{\min}}\right)$$

Για το b_{\max} : τα ηλεκτρόνια κινούνται στα άτομα με συχνότητα ν και περίοδο T
 → η διαταραχή θα πρέπει να λάβει χώρα σε χρόνο:

$$\frac{b}{\gamma v} \leq T \leq \frac{1}{\nu} \Rightarrow b_{\max} = \frac{r\nu}{\nu}$$

$$\Rightarrow -\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} n_e \ln\left(\frac{\gamma^2 m v^3}{z e^2 \bar{v}}\right)$$

Ικανοποιητική περιγραφή της απώλειας ενέργειας από ένα βαρύ σωματίδιο π.χ.
 α, βαρύς πυρήνας...

Γ. Τσιπολίτης

dE/dx - Bethe - Bloch

- Για κάθε ηλεκτρόνιο στόχου $\rho_b = \frac{2ze^2}{\beta cb} = \frac{2r_e m_e c}{\beta cb} z$

- Κλασικά η μεταφορά ενέργειας είναι

$$\epsilon = \frac{p_b^2}{2m_e} = \frac{2r_e^2 m_e c^2}{\beta^2 b^2} z^2 \Rightarrow b^2 = \frac{2r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} z^2 \frac{1}{\epsilon^2} \quad (1)$$

- Γνωρίζοντας την ατομική ενεργό διατομή ο ρυθμός αλληλεπίδρασης είναι

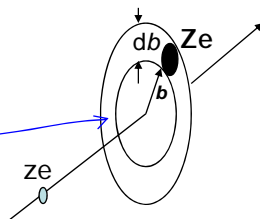
$$\varphi [cm^2 / g] = \frac{N}{A} \sigma [cm^2 / \text{άτομο}]$$

Σταθερά του Avogadro

- Για Z ηλεκτρόνια/άτομο του στόχου

$$\varphi(\epsilon) d\epsilon = \frac{N}{A} 2\pi b db Z$$

Επιφάνεια δισκου



Γ. Τσιπολίτης

dE/dx - Bethe - Bloch

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} \varphi(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{N}{A} Z 2\pi \underbrace{\frac{r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} Z^2}_{bdb} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon^2} \propto \frac{1}{\varepsilon^2}$$

- Για την απώλεια ενέργειας έχουμε:

$$-\frac{dE}{dx} = \int_0^{+\infty} \varphi(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon = \int_0^{+\infty} \frac{N}{A} 2\pi b db Z \varepsilon$$

$$\Rightarrow -\frac{dE}{dx} = 2\pi \frac{ZN}{A} \frac{2r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} Z^2 \int_0^{+\infty} \frac{db}{b}$$

πρόβλημα!!!

Γ. Τσιπολίτης

dE/dx - Bethe - Bloch

- $b=0 \rightarrow$ ελάχιστη παράμετρος προσέγγισης (impact parameter) μισό του αντίστοιχου μήκους κύματος de Broglie

$$b_{\min} = \frac{h}{2p} = \frac{h}{2\gamma m_e \beta c}$$

- $b=\infty \rightarrow$ αν ο χρόνος περιφοράς, τ_r , του ηλεκτρονίου στα άτομα του στόχου είναι μικρότερος από τον χρόνο αλληλεπίδρασης, τ_i , τότε το άτομο φαίνεται ουδέτερο.

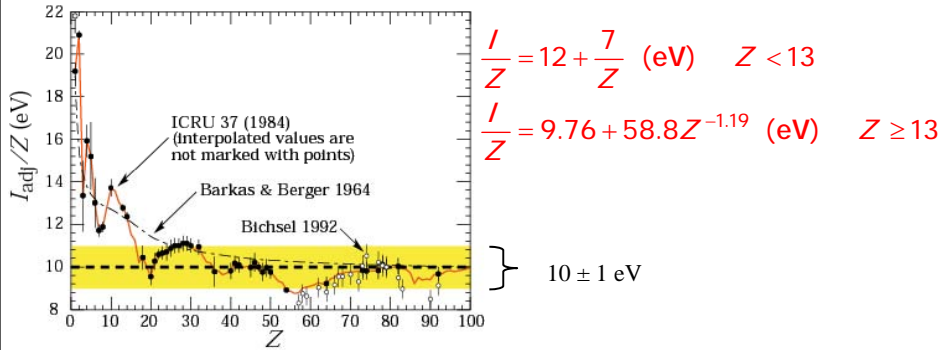
$$\left. \begin{aligned} \tau_i &= \frac{b_{\max}}{v} \sqrt{1-\beta^2} \\ \tau_r &= \frac{h}{I} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tau_i = \tau_r \Rightarrow b_{\max} = \frac{\gamma h \beta c}{I}$$

Δυναμικό ιονισμού λόγω του πεδίου σε μεγάλες ταχύτητες

Γ. Τσιπολίτης

Μέσο Δυναμικό Διέγερσης

- Αντιστοιχεί στην μέση τροχιακή συχνότητα ν : $I = h\nu$
- Θεωρητικά \rightarrow η λογαριθμική μέση τιμή των μέσων συχνοτήτων ν από τα δυναμικά ταλάντωσης των ατομικών στοιβάδων
- Δυναμικά ταλάντωσης **άγνωστα!!** για πολλά υλικά (δύσκολος υπολογισμός).
- Τιμές προκύπτουν από μετρήσεις του dE/dx και με προσαρμογή ημι-εμπειρικών τύπων στα δεδομένα*.



Γ. Τσιπολίτης

Διόρθωση Πυκνότητας

- Ηλεκτρικό πεδίο εισερχόμενου σωματιδίου \rightarrow πόλωση ατόμων υλικού κατά μήκος της διαδρομής του.
- Ηλεκτρόνια του υλικού μακριά από τη διαδρομή του σωματιδίου θωρακίζονται από το ηλεκτρικό πεδίο, λόγω πόλωσης.
- Όσο αυξάνεται η ενέργεια αυξάνει το b_{\max} \rightarrow αυξάνει ο αριθμός αλλη/σεων των απομακρυσμένων ηλεκτρονίων.
- Φαινόμενο πυκνότητας (density effect), f (πυκνότητας). π.χ. συμπεκνωμένη ύλη, μεγαλύτερη πόλωση.
- Η διόρθωση πυκνότητας υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την παραμετροποίηση [Sternheimer *et al.* Phys. Rev. B26 (1982)]

$$\delta(\beta\gamma) = \begin{cases} 2(\ln 10)x - \bar{C} & \text{if } x \geq x_1; \\ 2(\ln 10)x - \bar{C} + a(x_1 - x)^k & \text{if } x_0 \leq x < x_1; \\ 0 & \text{if } x < x_0 \text{ (nonconductors);} \\ \epsilon_0 10^{2(x-x_0)} & \text{if } x < x_0 \text{ (conductors)} \end{cases} \quad x = \log_{10}(\beta\gamma) = \log_{10}\left(\frac{\rho}{Mc}\right)$$

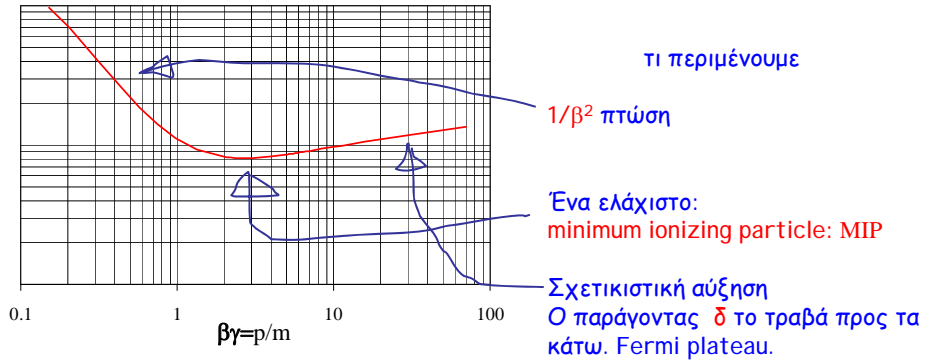
Οι άλλες παράμετροι \rightarrow προσαρμογή σε πειραματικά δεδομένα.

Γ. Τσιπολίτης

dE/dx - Bethe - Bloch

$$\Rightarrow -\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi ZN}{A} \frac{2r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} Z^2 \left[\ln \frac{2\gamma^2 \beta^2 m_e c^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

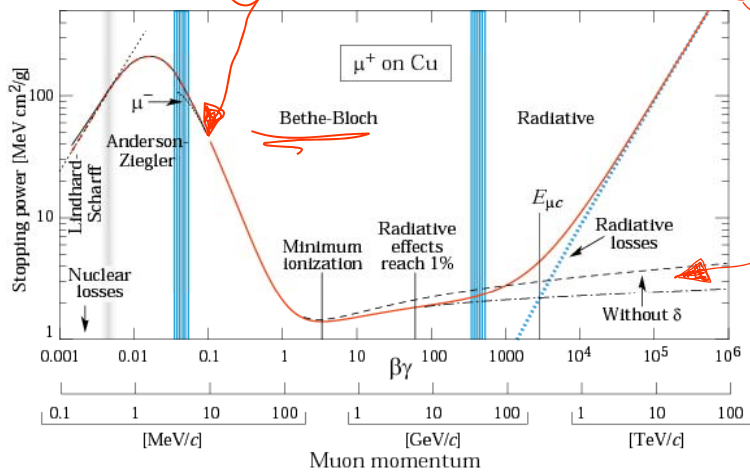
δ : παράμετρος πυκνότητας, πόλωση του μέσου, ενέργεια πλάσματος



Γ. Τσιπολίτης

dE/dx - Bethe - Bloch

$$\frac{dE}{dx} = Kz^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{\max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$



Γ. Τσιπολίτης