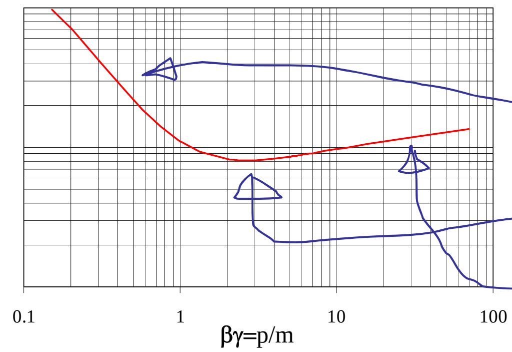
dE/dx – Bethe – Bloch

$$\Rightarrow -\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi ZN}{A}\frac{2r_e^2 m_e c^2}{\beta^2} z^2 \left[\ln\frac{2\gamma^2\beta^2 m_e c^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

δ: παράμετρος πυκνότητας, πόλωση του μέσου, ενέργεια πλάσματος



τι περιμένουμε

$1/\beta^2$ πτώση

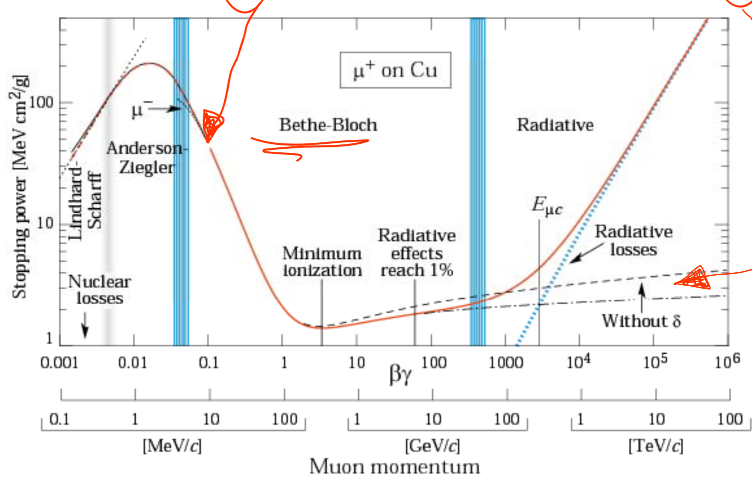
Ένα ελάχιστο:
minimum ionizing particle: MIP

Σχετικιστική αύξηση
Ο παράγοντας δ το τραβά προς τα κάτω. Fermi plateau.

Γ. Τσιπολίτης

dE/dx – Bethe – Bloch

$$\frac{dE}{dx} = Kz^2\frac{Z}{A}\frac{1}{\beta^2}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{2m_e c^2\beta^2\gamma^2 T_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta}{2}\right]$$



Γ. Τσιπολίτης

Ιδιότητες της Bethe - Bloch

- Βαθμωτό χαρακτηριστικό

Σωματίδια στο ίδιο υλικό:

$$-\frac{dE}{dx} = z^2 f(\beta),$$

$$E_{kin} = (\gamma - 1) M c^2 \quad \Rightarrow \quad \beta = g(E_{kin} / M)$$

$$\Rightarrow -\frac{dE}{dx} = z^2 f'(E_{kin} / M)$$

Αν dE/dx γνωστό για σωματίδιο (M_1,z_1) $E^1_{kin} = E^2_{kin}\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$

Ανασχετική ισχύ (Stopping power) για (M_2,z_2) ιδιας ταχύτητας

$$-\frac{dE_2}{dx} = -\frac{z_2^2}{z_1^2}\frac{dE_1}{dx}\left(E_2\frac{M_1}{M_2}\right)$$

Γ. Τσιπολίτης

Ιδιότητες της Bethe - Bloch

- Μαζική ανασχετική ισχύς (mass stopping power)

$$-\frac{dE}{d\varepsilon} = \frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx} = z^2\frac{Z}{A}f(\beta, I), \qquad d\varepsilon = \rho dx$$

Σχεδόν <u>σταθερό</u> ως προς το υλικό

Πχ. 10 MeV πρωτόνια χάνουν την ΙΔΙΑ ενέργεια σε
1 g/cm^2 Cu, ή Al, ή Fe, ή Pb …

Γ. Τσιπολίτης

Ιδιότητες της Bethe - Bloch

- Σύνθετα υλικά & μείγματα

$$\frac{1}{\rho}\frac{dE}{dx}=\sum_i \frac{w_i}{\rho_i}\left(\frac{dE}{dx}\right)_i$$

w_i = ποσοστά «βάρους» των στοιχείων

$w_i=\frac{a_i A_i}{A_m}$, a_i = **αριθμός ατόμων του στοιχείου i στο μόριο m,**

A_i = **ατομικό βαρός του στοιχείου i,**

$A_m=\sum_i a_i A_i$

Ανάλογα τα μεγέθη Z,A,I κλπ αντικαθίστανται

$$Z_{eff}=\sum a_i Z_i, \qquad A_{eff}=\sum a_i A_i,$$

$$\ln I_{eff}=\sum \frac{a_i Z_i \ln I_i}{Z_{eff}}, \qquad \delta_{eff}=\sum \frac{a_i Z_i \delta_i}{Z_{eff}}$$

Γ. Τσιπολίτης

Εμβέλεια R

- Απόσταση που διανύει ένα σωματίδιο μέσα στην ύλη εφόσον έχει συνεχή απώλεια ενέργειας.

  Εμβέλεια= f(τύπος υλικού, τύπος, ενέργεια σωματιδίου)

$$R\propto\int dx=\int_E^0 \frac{dE}{dE/dx}\propto E^{1+k}$$

$$\frac{dE}{dx}\propto\rho \qquad \Rightarrow \qquad R\propto\frac{1}{\rho}$$

- συχνά αναφερόμαστε σε εμβέλεια με μονάδα μέτρησης μάζα/επιφάνεια

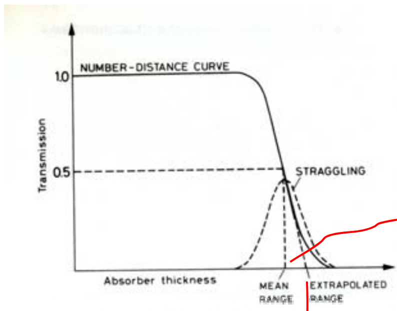
$$R'=\rho R \qquad [\mathrm{g/cm^2}]$$

Γ. Τσιπολίτης

Εμβέλεια R

Η απώλεια ενέργειας ΔΕΝ είναι συνεχής , αλλά ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ φύσης

- Straggling (Στραγγαλισμός): ΙΔΙΑ σωματίδια με ΙΔΙΑ ενέργεια έχουν στατιστική κατανομή εμβέλειας γύρω από μια μέση τιμή (mean range).



Το πάχος όπου τα $N_0/2$ σωματίδια σταματούν

Mean range= $R(E_0) = \int_{E_0}^{0} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE$

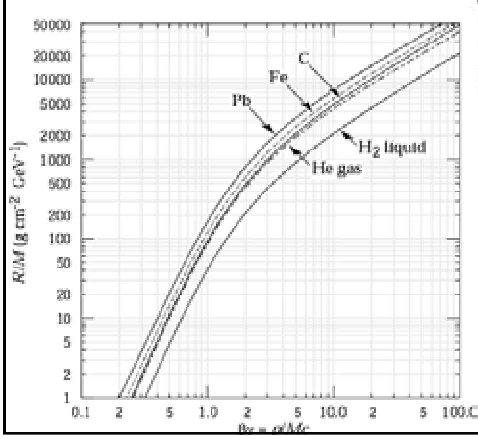
Extrapolated / Practical Range ΌΛΑ τα σωματίδια σταματούν

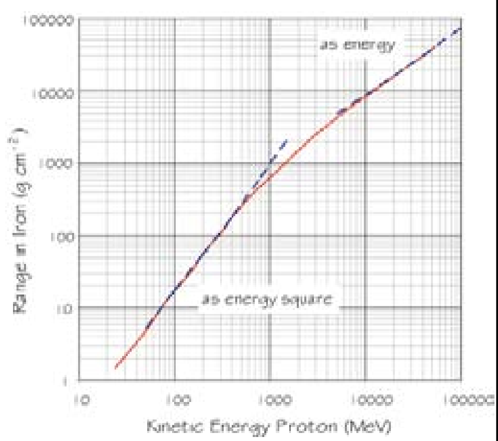
Γ. Τσιπολίτης

Εμβέλεια R

$$R(E_0) = R(E_{\min}) + \int_{E_{\min}}^{E_0} \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} dE$$

$$Range = R \approx \frac{Const.}{Z_1^2 m_1^2} E_{Kinetic}^2$$





Εμβέλεια ~ $E^2_{κιν}$ στις μικρές ενέργειες (για την ακρίβεια ~$E^{1,75}_{κιν}$) και ~ $E_{κιν}$ στις μεγάλες ενέργειες που το dE/dx ~ σταθερό

Χρήσιμο για τον υπολογισμό πάχους ανιχνευτών