Δομή 12/3/2009.
Μάθημα 1ο

1) Εφαρμόζουμε ένα ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}_{ex}$ σε στερεό

I) Εάν το $\vec{E}_{ex}$ είναι στατικό και
  α) το στερεό είναι μέταλλο, τότε $\vec{E}_{ex}+\vec{E}_{in}=0$. (Metal)
  β) το στερεό είναι μονωτής (insulator)
  (οι φορείς δεν είναι ελεύθεροι -> μετατόπιση φορτίων)
  άρα παραμένει ηλ. πεδίο ελαττωμένο κατά ε ή 1-ε
  Γενικά, η κατανομή φορτίου παραμορφώνεται και η παραμόρφωση περιγράφεται με δίπολα.

Πως δημιουργούνται τα δίπολα?

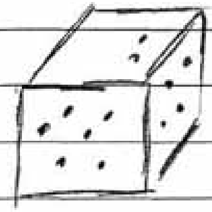
i) Μετατοπίσεις στη μέση θέση από πυρήνες
ii) Ιοντικά στερεά: από μετατοπίσεις ιόντων με αντίθετα φορτία (NaCl)
iii) Υπάρχουν στερεά με μόνιμη διπολική ροπή (H_2O)

II. $\vec{E}_{ex}=E_{ex}(t)$ εναλλασσόμενο ($E_{ex}(t)=E_{ex}(0)e^{i\omega t}$ μορφής)
Δίνει φαινόμενα διάδοσης και ανάκλασης Η/Μ κυμάτων τι' με φαινόμενα που έχουν να κάνουν με απορρόφηση Η/Μ ενέργειας

$\vec{E}_{ex}$ σταθερό σε μονωτή
(Μακροσκοπικά)

• Έχουμε έναν μονωτή (διηλεκτρικό υλικό) μέσα σε εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}_{ex}$.
Το διηλεκτρικό ή μονωτής (insulator) χαρακτηρίζεται από πόλωση $\vec{P}$
$\vec{P}$: διπολική ροπή ανά μονάδα όγκου.

Από Η/Μ ξέρουμε:
$D = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$ (ηλεκτρική μετατόπιση)
$\vec{E}, \vec{P}$: μέσες τιμές
$\vec{E}(\vec{r}) \neq \vec{E}$: μακροσκοπικό ηλεκτρικό πεδίο.



Όταν βάλω το δοκιμαστικό φορτίο κοντά στο οποίο θα βρω πολύ διαφορετική τιμή (μεγάλη) απ' ότι στις ενδιάμεσες θέσεις των ατόμων

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{V_c}\int_{V_c} e(\vec{r})\, d^3 r$$
↳ μικροσκοπικό ή ατομικό ηλεκτρικό πεδίο.

Το πεδίο που θα προκύψει έχει πολύ πιο ομαλές μεταβολές απ' ότι το ατομικό

Η πόλωση $\vec{P}$ σχετίζεται με το $\vec{E}$ (= μακροσκοπικό πεδίο που ορίζεται στατιστικά)
$\vec{P} = \varepsilon_0 \cdot \overleftrightarrow{\chi} \cdot \vec{E}$ $\quad (P_y = \varepsilon_0 \chi_{yx} E_x)$

$\vec{E}$: διάνυσμα
$\overleftrightarrow{\chi}$: τανυστής

$$\overleftrightarrow{\chi} = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$ Άρα

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$ Πόλωση

Berkeley Κεφ. 9 για $\vec{E}$ Πέμπτη 12.3.2009

Η πόλωση $\vec{P}$ σχετίζεται με το $\vec{E}$ (μακροσκοπικό ηλ. πεδίο)

$$\boxed{\vec{P} = \varepsilon_0 \overleftrightarrow{\chi} \vec{E}}$$

όπου $\vec{E}$: διάνυσμα

$\overleftrightarrow{\chi}$: τανυστής ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΕΠΙΔΕΚΤΙΚΟΤΗΤΑ

Δηλαδή

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ & & \end{pmatrix}$$

! Εάν το υλικό είναι $\boxed{\text{ισότροπο}}$, τότε το $\overleftrightarrow{\chi}$ παύει να είναι τανυστής ή είναι ΑΡΙΘΜΟΣ

Οπότε $\boxed{\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}}$

Επομένως

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E} \\ &= \varepsilon_0 (1+\chi) \vec{E} \\ &= \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \\ &= \varepsilon \vec{E} \end{aligned}$$

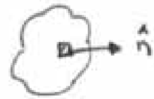
, όπου $\varepsilon_r = 1 + \chi$ ΣΧΕΤΙΚΗ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΣΤΑΘΕΡΑ

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ ΔΙΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΣΤΑΘΕΡΑ

Τα ε_r, ε μου δίνουν πληροφορία για το τι συμβαίνει στο υλικό όταν βάζουμε ηλεκτρικό πεδίο, δηλ. το πόσο εύκολα ή δύσκολα ανταποκρίνεται το υλικό σε αυτό το ερέθισμα

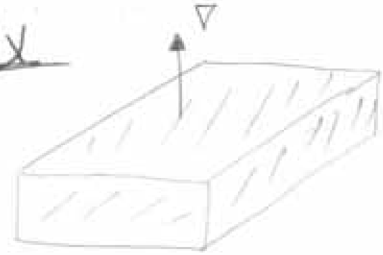
▶ Ένα διηλεκτρικό με πόλωση $\vec{P}(\vec{r})$ δημιουργεί $\vec{E}$, που σε μεγάλες αποστάσεις δείχνει ότι προέρχεται από:

i) $\rho_{\vec{P}}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$

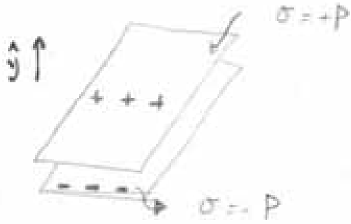


ii) $\sigma_{\vec{P}}(\vec{r}) = \vec{P}(\vec{r}) \cdot \hat{n}(\vec{r})$

Π.χ



⇒



Berkeley Τόμος II, Κεφ.

$\vec{E}_1 = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{y}$

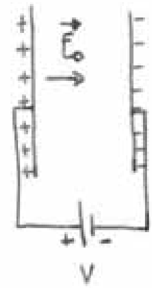
Πώς μπορούμε να μετρήσουμε την ε_r ;

▸ Επιπεδος Πυκνωτης

i) Χωρις διηλεκτρικο:

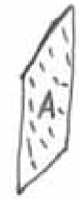
$\left(E_0 = \frac{V}{\ell}\right)$

$\boxed{\sigma_0 = \varepsilon_0 E_0}$



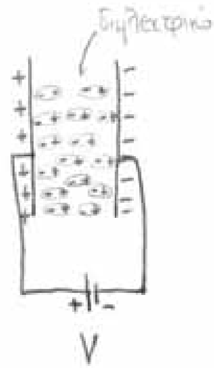
$$C_0 = \frac{Q_0}{V} = \frac{\sigma A}{V} = \varepsilon_0 \frac{E_0 A}{V} = \varepsilon_0 \frac{V}{\ell}\frac{A}{V} \Rightarrow$$

$$\boxed{C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{\ell}}$$



ii) Βαζουμε Διηλεκτρικο

χωρίς να αποσυνδέσουμε την πηγή, οπότε το $\vec{E}$ ανάμεσα στις πλάκες παραμένει το ίδιο!!



$$|\vec{E}| = |\vec{E}_0| = \frac{V}{\ell}$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{(\sigma_0 + P)A}{V} = \frac{\sigma_0 A}{V}\left(1 + \frac{P}{\sigma_0}\right)$$, όπου $P = \varepsilon_0 \chi E$, $\varepsilon_r = 1 + \chi$

$$= \frac{\sigma_0 A}{V}\left[1 + \frac{\varepsilon_0 \chi E}{\sigma_0}\right]$$

$$= \frac{\sigma_0 A}{V}\left[1 + \frac{\cancel{\varepsilon_0} \chi \cancel{E}}{\cancel{\varepsilon_0}\cancel{E}}\right]$$

$$= \frac{\sigma_0 A}{V}(1 + \chi) = C_0(1 + \chi) = \varepsilon_r C_0$$

Αν βάλουμε διηλεκτρικό $C = \varepsilon_r C_0$

Εξηγηση

Τα δίπολα προσανατολίζονται (τείνουν να ευθυγραμμιστούν), οπότε τα φορτία στους οπλισμούς του πυκνωτή μειώνονται λίγο. Επομένως, προκειμένου το $\vec{E}$ ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή να παραμένει το ίδιο, η πηγή στέλνει περισσότερο φορτίου για να επαναφέρει την ισορροπία.

Πέμπτη 19.3.2009

Τοπικό Ηλεκτρικό Πεδίο Μέσα Στον Μονωτή $\vec{E}_{loc}$

$\vec{E}_{loc}$: το ηλεκτρικό πεδίο που ασκείται σε κάποιο μόριο του υλικού. Για να το προσδιορίσουμε θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο Lorentz.

Θεωρούμε μια σφαιρική επιφάνεια μέσα στο υλικό ακτίνας $\vec{R}$. Η ακτίνα $\vec{R}$ πρέπει να είναι αρκετά μεγάλη έτσι ώστε 1. έξω από τη σφαίρα να παίρνουμε το μακροσκοπικό πεδίο $\vec{E}$.

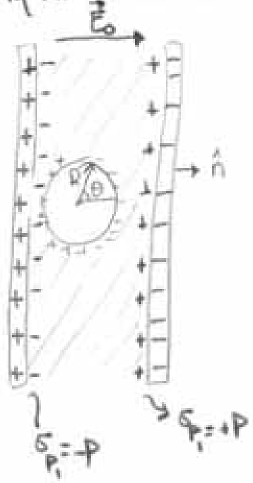
2. μέσα στη σφαίρα να έχουμε αποτέλεσμα ανεξάρτητο του R

$$\vec{E}_{loc} = \vec{E}_0 + \vec{E}_d$$

local — external — dipoles (επαγόμενα δίπολα)

Για την περίπτωση του πυκνωτή με παράλληλες πλάκες

Θέλουμε να προσδιορίσουμε το $\vec{E}_{loc}$ στο κέντρο της σφαίρας.



Θεωρώ τις πλάκες πολύ μεγάλες κι τόσο κοντά έτσι ώστε το πεδίο δεν ξεφεύγει εκτός των πλακών

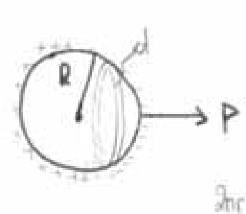
α) Συνεισφορά διπόλων έξω από τη σφαίρα κι μέσα στο διηλεκτρικό

i) $\sigma_{P_1} = \pm P$ στις επιφάνειες του πυκνωτή

πεδίο από το σ_{P_1}: $\vec{E}_1 = -\frac{|\sigma_{P_1}|}{\epsilon}\hat{n} = -\frac{\vec{P}}{\epsilon}$

ii) $\sigma_{P_2} = -P\cos\theta$

πεδίο από το σ_{P_2}: $\vec{E}_2$



$dS = 2\pi R^2 \sin\theta\, d\theta$

$2\pi r = 2\pi R \sin\theta$