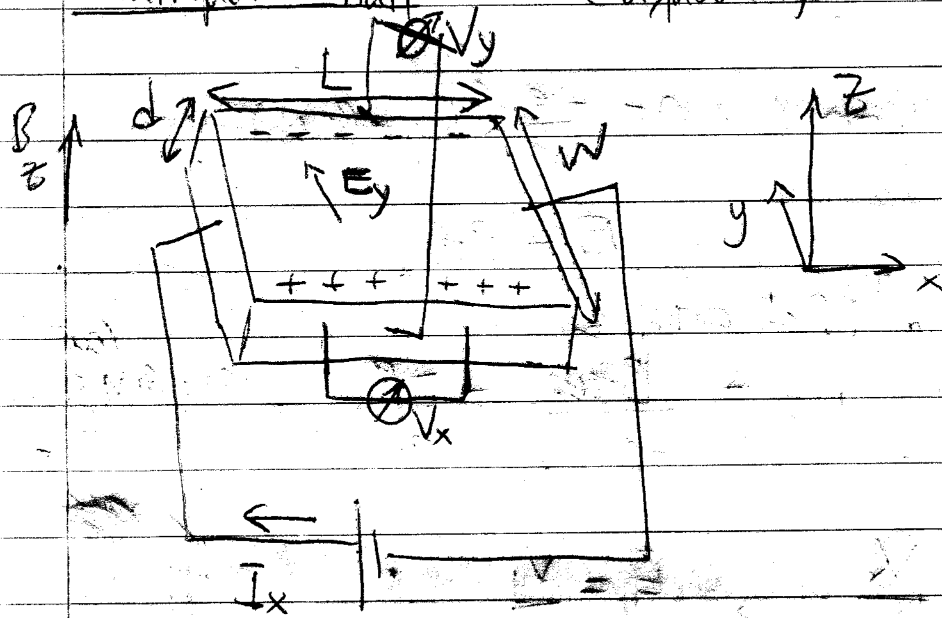
23/1/2009 Ημιαγωγοί

Φαινόμενο Hall (κλασσικά)



τ: relaxation time (μέση τιμή χρόνου μεταξύ διαδοχικών κρούσεων)

① $\dot{u}_x + \frac{u_x}{\tau} = -\frac{e}{m^*}\left(E_x + B u_y\right) = -\frac{e}{m^*}E_x - \omega_c u_y$ $\left(\omega_c = eB/m^*\right)$

③ $\left(\dot{u}_z + \frac{u_z}{\tau} = -\frac{e}{m^*}E_z\right) \Rightarrow$ εδώ δεν έχουμε E_z

② $\dot{u}_y + \frac{u_y}{\tau} = \frac{-e}{m^*}\left(E_y - B u_x\right) = -\frac{e}{m^*}E_y + \omega_c u_x$

μόνιμη κατάσταση: $u_x =$ σταθερό, $u_y = 0$

$\Rightarrow E_y = -\omega_c \tau E_x$, $R_{Hall} = \frac{E_y}{J_x} = \frac{E_y}{-e n u_x} \Rightarrow$

$|\vec{j}| = nq\vec{u}$

$|\vec{j}| = \frac{I}{A}$

(2): Για $u_y = 0$: $0 = \frac{-e}{m^*}(E_y - B u_x)$

$$E_y = B \cdot u_x$$

Εγκάρσια ειδική αντίσταση

$\rho_T = R_{Hall} = \frac{B \cdot u_x}{-e n u_x} = \frac{-B}{ne}$, n: συγκέντρωση φορέων (cm^{-3})

$E_x = \frac{V_x}{L}$, $E_y = \frac{V_y}{W}$

(1): $E_x = -\frac{m^*}{e\tau} \cdot u_x$

(2): $E_y = u_x \cdot B$

$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$, $\vec{E} = \rho \cdot \vec{j}$

- $E_x = \rho_L j_x$
  $E_y = \rho_T \cdot j_x$

L: longitudinal (διαμήκης)
T: transversal (εγκάρσια)

Κβαντικό φαινόμενο Hall

Μείωση διαστάσεων (κβαντικός περιορισμός) στη διεύθυνση z, τυπική διάσταση: d

$$J_x = \frac{I_x}{W} \quad \text{(2D current density)}$$
(Διδιάστατη πυκνότητα ρεύματος)

$$E_x = \frac{-m^* u_x}{e\tau} = \frac{m^*}{e\tau} \cdot \frac{J_x}{ne} = \frac{m^*}{ne^2\tau} \cdot \frac{I_x}{Wd} = \frac{m^*}{nde^2\tau} \cdot J_x$$

$$E_y = -u_x B_z = \frac{-J_x B_x}{ne} = \frac{-I_x B}{Wdne} = \frac{-B}{ned} J_x$$

θεωρία
$$\begin{cases} \rho_L = \dfrac{m^*}{n_A e^2 \tau} \\ \rho_T = \dfrac{-B}{n_A \cdot e} \end{cases}$$

$n_A = nd$: 2-D electron density

Όμως Πειραματικά: $\rho_T = -\dfrac{h}{ie^2} = -\dfrac{25812{,}8}{i}\ \Omega$, $i = 1, 2, 3, \ldots$

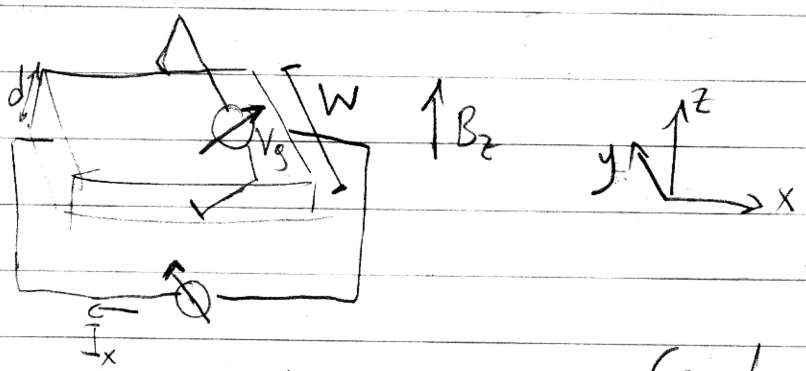
$$\left.\begin{aligned} E_x &= \rho_L J_x - \rho_T J_y \\ E_y &= \rho_T J_x + \rho_L J_y \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} J_x &= \sigma_L E_x - \sigma_T E_y \\ J_y &= \sigma_T E_x + \sigma_L E_y \end{aligned}$$

$\Rightarrow \qquad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \sigma_L = \frac{\rho_L}{\rho_L^2+\rho_T^2} \quad , \quad \sigma_T = \frac{-\rho_T}{\rho_L^2+\rho_T^2}$$

Εάν $\rho_L \to 0$ και $\rho_T \neq 0$ τότε $\sigma_L \to 0$.

$\boxed{28/1/09}$



$$\left(\sigma = \frac{1}{\rho}\right)$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad , \quad \vec{E} = \frac{1}{\sigma}\vec{j} = \rho \vec{J}$$

$$E_x = \rho_L J_x \quad , \quad \boxed{J_x = \frac{I_x}{W}}$$

2D πυκνότητα ρεύματος

$$E_y = \rho_T J_x .$$

$$\rho_L = \frac{m^*}{n_A e^2 \tau} \qquad (n_A = n d) \qquad n\,[cm^{-3}]$$

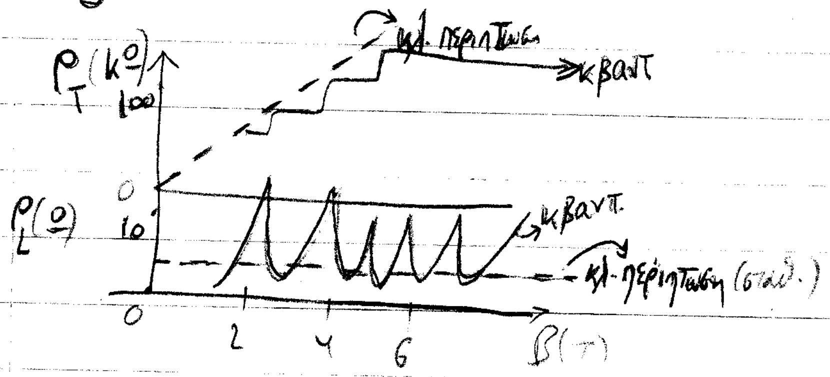
$$n_A\,[cm^{-2}]$$

$$\rho_T = -\frac{B}{n_A e}$$

$$E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} \qquad k = \frac{n\pi}{d} \quad , n = 1, 2, 3, \dots$$

$GaAs \,/\, Ga_{1-x}Al_xAs$

$E_g^{\text{bulk(συμπαγές)}}(300\,K) = 1{,}42\ eV$



Στις 3D για φαιν. Hall έχουμε τις εξισώσεις:

$$E_x = \rho_L J_x - \rho_T J_y$$
$$E_y = \rho_T J_x + \rho_L J_y$$

$$J_x = \sigma_L E_x - \sigma_T E_y$$
$$J_y = \sigma_T E_x + \sigma_T E_y$$

Για 2D:

$$\sigma_L = \frac{\rho_L}{\rho_L^2 + \rho_T^2}$$

$$\sigma_T = \frac{\rho_T}{\rho_L^2 + \rho_T^2}$$

Αν $\rho_L = 0$ με $\rho_T \neq 0$ και $\sigma_L \to 0$

$$E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} + \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c \pm \mu_B \hat{B}, \quad \omega_c = \frac{eB}{m_e^*}$$

(μ_B: μαγνητόνιο Bohr)

($\pm$: λόγω spin)

κβάντωση των ενεργειών στη διεύθυνση του μ.π. περιορισμό

2D (άνευ $\vec{B}$)

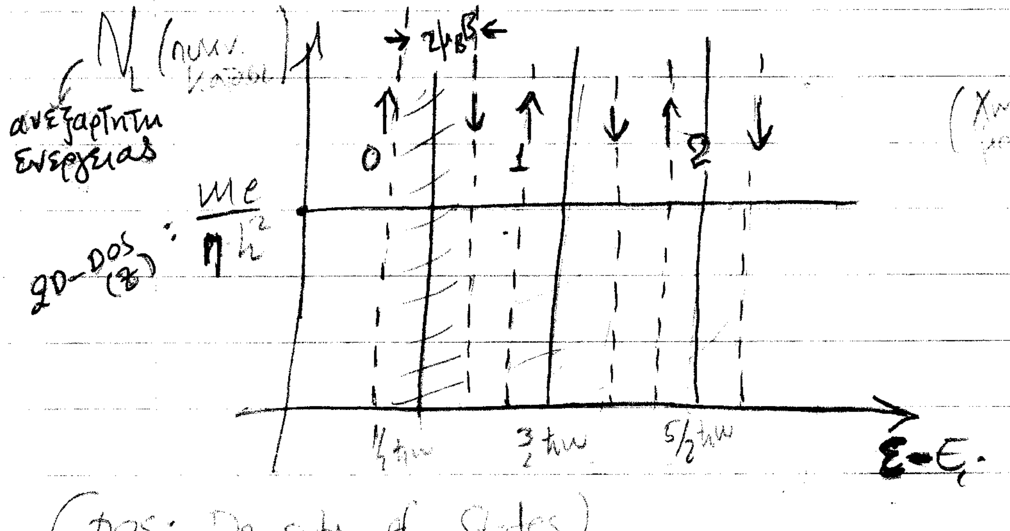
$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} + \varepsilon_n \quad , \quad \varepsilon_n = \frac{n^2 h^2}{8 m_e^* d^2}$$

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2}{2m^*}\left(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2\right) = \frac{\hbar^2}{2m_e^* \pi^2 L^2}\left(p^2 + q^2\right) + \frac{n^2 h^2}{8 m_e^* d^2}$$

$$k_x = \frac{2\pi p}{L} \quad , \quad k_y = \frac{2\pi q}{L} \quad , \quad k_z = \frac{n\pi}{d}$$

$$\psi(x+L, y+L, z) = \psi(x, y, z)$$

$$\psi(x, y, z) = e^{ik_x x} \cdot e^{ik_y y} \sin(k_z z)$$



(DOS: Density of States
πυκνότητα καταστάσεων)

~~Βα~~ σε 2D ισχύει: $\dfrac{dN}{dE} = \dfrac{L^2 m_e^*}{2\pi\hbar^2}$

Αν λάβουμε υπόψη και το σπιν, ανά μονάδα επιφανείας, έχουμε:

$$\frac{dN_L}{dE} = \frac{m_e^*}{\pi\hbar^2} \quad (4)$$

(5): $\dfrac{2N_L}{\hbar\omega_c}$ ω_c: κυκλοτρονική συχνότητα

$\rightarrow$ Ανά περιοχή ενέργειας $\hbar\omega_c$, έχουμε $2N_L$ καταστάσεις!

$$\frac{2N_L}{\hbar\omega_c} = \frac{m_e^*}{\pi\hbar^2} \Rightarrow \frac{2N_L m_e^*}{\hbar e B} = \frac{m_e^*}{\pi\hbar^2} \Rightarrow$$

$$N_L = \frac{eB}{2\pi\hbar} = \frac{eB}{h} \qquad (N_L \sim B)$$

Σε μία στάθμη Landau:

n_s ηλεκτρόνια καταλαμβάνουν N_L διαθέσιμες καταστάσεις έτσι ώστε

$$\frac{n_s}{N_L} = i \Longrightarrow$$

$$\frac{n_A}{N_L} = i \Longrightarrow \begin{cases} B = \dfrac{N_L h}{e} = \dfrac{n_A h}{i e} \\[2ex] \rho_T = -\dfrac{B}{n_A e} = -\dfrac{h}{i e^2} \end{cases}$$

Επομένως $\sigma_L \to 0$ και $\rho_L \to 0$ όταν
ένα ακέραιο πολλαπλάσιο (i)
σταθμών Landau συμπληρωθεί.
Είναι αναμενόμενη διότι η
ηλεκτρική αγωγιμότητα απαιτεί
ως ένα βαθμό ~~ψη~~ κατειλημμένες
καταστάσεις ηλεκτρονίων.
(έτσι να υπάρχουν και κάποιες
ελεύθερες καταστάσεις).