

Ηλεκτρομαγνητισμός II

Θέμα I. (Μον. 25) (α) Βρείτε το δυναμικό σε απόσταση z πάνω από το κέντρο ενός επίπεδου κυκλικού δίσκου ακτίνας R με ομοιόμορφη επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σ . (β) Βρείτε την μορφή του ηλεκτρικού πεδίου όταν $R \gg z$. (γ) Βρείτε το δυναμικό εκτός του άξονα του δίσκου.

Θέμα II. (Μον. 25) Δύο άπειρες γειωμένες μεταλλικές πλάκες εκτείνονται παράλληλα στο επίπεδο (x,z) , η μία στη θέση $y=0$ και η άλλη στη θέση $y=b$. Στην θέση $x=0$ έχουμε μία λεπτή μονωτική ταινία ύψους b και απείρου μήκους (κατά μήκος του άξονα των z) φορτισμένη με σταθερή επιφανειακή πυκνότητα φορτίου σ . Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στον χώρο.

Θέμα III. (Μον. 30) Ένας κύλινδρος ακτίνας R και απείρου μήκους, που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα z , έχει μαγνήτιση $\vec{M}(r, \phi, z) = \kappa r^2 \hat{\phi}$, όπου $\kappa > 0$ μία σταθερά, r η απόσταση από τον άξονα του κυλίνδρου και $\hat{\phi}$ το μοναδιαίο «εφαπτομενικό» διάνυσμα (κατά την περιστροφή περί τον άξονα z). (α) Βρείτε όλα τα δέσμια ρεύματα. (β) Βρείτε το μαγνητικό πεδίο εντός και εκτός του κυλίνδρου. (γ) Υπολογίστε το διανυσματικό δυναμικό.

Θέμα IV. (Μον. 30) Ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B_0 \hat{z}$ γεμίζει μια κυλινδρική περιοχή με άξονα συμμετρίας τον άξονα των z και ακτίνα R . Δύο κυλινδρικά κελύφη με ακτίνες a και b ($b > R > a$), μεγάλου μήκους l ($l \gg a, b$), είναι ομοαξονικά με το μαγνητικό πεδίο. Τα κυλινδρικά κελύφη φορτίζονται με φορτίο Q και $-Q$ αντίστοιχα, ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνειά τους. (α) Υπολογίστε την πυκνότητα στροφορμής \vec{L}_{EB} ($\vec{L}_{EB} = \vec{r} \times \vec{P}_{EB}$) του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου και την ολική στροφορμή του. (β) Το μαγνητικό πεδίο μειώνεται γραμμικά με τον χρόνο και μηδενίζεται σε χρόνο T . (i) Υπολογίστε το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο. (ii) Περιγράψτε ποιοτικά και με λίγα λόγια την χρονική εξέλιξη του συστήματος. Εάν υπάρχει επαγόμενο μαγνητικό πεδίο, περιγράψτε το.

Μερικές χρήσιμες σχέσεις:
$$\int_0^L \sin\left(\frac{k\pi}{L}x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right) dx = \frac{L}{2} \delta_{k,m},$$

$$V(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_l r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos \theta),$$

$$(1 + \varepsilon)^q = 1 + q\varepsilon + \frac{q(q-1)}{2!} \varepsilon^2 + \frac{q(q-1)(q-2)}{3!} \varepsilon^3 + \dots, \text{ για } -1 < \varepsilon < 1.$$

Διάρκεια εξέτασης 2 ½ ώρες. Με κλειστά βιβλία. Επιτρέπονται μόνο οι φωτοτυπίες των τεσσάρων πρώτων σελίδων του βιβλίου. Αριστα το 100.