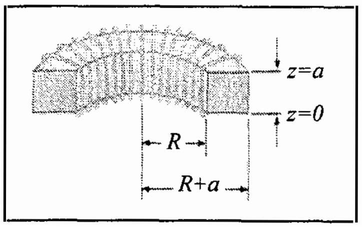
ΣΧΟΛΗ ΕΜΦΕ – ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΦΥΣΙΚΗ ΙΙ (ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ–Ι) 2016-17
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ (ΣΕΜΦΕ + ΣΗΜΜΥ)
29/9/2017 Διάρκεια εξέτασης 2,5 ώρες Ν. Τράκας, Ι. Ράπτης

1. Αγώγιμος φλοιός, με εσωτερική ακτίνα $R_1 = R$ και εξωτερική ακτίνα $R_2 = 2R$, είναι συνολικά αφόρτιστος. Στο εσωτερικό του φλοιού $(0 \le r \le R_1)$ υπάρχει συνολικό φορτίο Q κατανεμημένο ομοιόμορφα. Στο εξωτερικό του αγώγιμου φλοιού, υπάρχει φλοιός από γραμμικό διηλεκτρικό, σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς ε_r, με εσωτερική ακτίνα $R_2 = 2R$ και εξωτερική ακτίνα $R_3 = 3R$.
(α) Υπολογίστε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου παντού, και την πόλωση στο εσωτερικό του διηλεκτρικού
(β) Υπολογίστε τις πυκνότητες ελεύθερων (f) και δέσμιων (b) φορτίων παντού, $\rho_{1f}(0 \le r \le R)$, $\rho_{2f}(R \le r \le 2R)$, $\rho_{3b}(2R \le r \le 3R)$ $\sigma_{1f}(r = R)$, $\sigma_{2f}(r = 2R)$, $\sigma_{1b}(r = 2R)$, $\sigma_{2b}(r = 3R)$.
(γ) Υπολογίστε το δυναμικό: (γ$_1$) $V = V(R_2 \le r \le R_3)$ στο εσωτερικό του διηλεκτρικού, (γ$_2$) στην αγώγιμο φλοιό: $V = V(R_1 \le r \le R_2)$, και (γ$_3$) στον εσωτερικό χώρο $V = V(0 \le r \le R_1)$, με σημείο αναφοράς μηδενικού δυναμικού, $V(r \to \infty) = 0$.

2. Τρείς λεπτοί παράλληλοι ευθύγραμμοι αγωγοί πολύ μεγάλους μήκους, βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, οι δύο ακριανοί απέχουν από τον μεσαίο απόσταση *a*, και ο καθένας διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης I.
(α) Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο B σε σημείο A του επιπέδου των αγωγών,όταν $0 < x_A < a$, στην περίπτωση που όλα τα ρεύματα είναι ομόρροπα, και προσδιορίστε τα σημεία μηδενισμού του μαγνητικού πεδίου.
(β) Υπολογίστε τη δύναμη ανά μονάδα μήκους που δέχεται ο μεσαίος αγωγός όταν μετακινηθεί κατά απόσταση x<<a, παράλληλα στον εαυτό του, στην περίπτωση που το μεσαίο ρεύμα είναι ***αντίρροπο*** των άλλων δύο, και εξηγήστε τι κίνηση θα εκτελέσει ο μεσαίος αγωγός, για μικρές διαταραχές αυτού του είδους.

3. Δακτυλιοειδές (τοροειδές) σωληνοειδές πηνίο με εσωτερική ακτίνα R και ομοιόμορφη παντού πυκνή περιέλιξη από N συνολικά σπείρες, τετραγωνικού σχήματος πλευράς α, διαρρέεται από ρεύμα έντασης I. [Στο σχήμα φαίνεται το μισό πηνίο].



(α) Να προσδιορισθεί η ένταση του μαγνητικού πεδίου B σε όλο το χώρο, $(0 < r < R), (R < r < R + a), (R + a < r < \infty)$.
(β) Να υπολογισθεί ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου.
(γ) Στην περίπτωση που $a \ll R$, και $n = N/(2\pi R) = \sigma\tau\alpha\theta.$: η πυκνότητα σπειρών, να γίνουν τα κατάλληλα αναπτύγματα και το αποτέλεσμα, (ως αυτεπαγωγή ανά μονάδα μήκους), να συγκριθεί με τον συντελεστή αυτεπαγωγής, ανά μονάδα μήκους, του σωληνοειδούς άπειρου μήκους με πυκνότητα σπειρών n και διατομή σπείρας S_0. Σχολιάστε τη σύγκριση των δύο αποτελεσμάτων.

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_i(\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}\right), \qquad V(\vec{r}) = \sum_i \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}\right) \equiv \phi$$

$$\oint_S \mathbf{E}\cdot d\vec{\mathbf{a}} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_{V(S)} \rho\, d\upsilon = \frac{Q_{\pi\varepsilon\rho\iota\kappa\lambda}}{\varepsilon_0}, \quad dV = -\vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{r}}, \quad \vec{\mathbf{E}} = -\nabla V, \quad V_{21} = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E}\cdot d\vec{r},$$

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}\right) \qquad U = \tfrac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i\, V(P_i) \qquad U = \tfrac{1}{2}\int_V V\, dq = \tfrac{1}{2}\int_V \rho\, V\, d\upsilon$$

$$\vec{\mathbf{F}} = q\vec{\mathbf{E}} + q\vec{\upsilon}\times\vec{\mathbf{B}}, \qquad d\vec{\mathbf{F}} = I\, d\vec{l}\times\vec{\mathbf{B}}, \qquad d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\hat{\mathbf{r}}}{r^2}, \qquad \oint_C \vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{l} = \mu_0\int_{S(C)} \vec{\mathbf{J}}\cdot d\vec{\mathbf{a}} = \mu_0 I_{\pi\varepsilon\rho\iota\kappa\lambda}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad M_{21} = \frac{d\Phi_{21}}{dI_1} = M_{12} \qquad L_1 = \frac{d\Phi_1}{dI_1} \qquad W_M = \tfrac{1}{2}LI^2$$

$$\vec{\mathbf{p}} \equiv \sum_i q_i\vec{\mathbf{r}}_i = \int \rho(\vec{r})\,\vec{r}\, d^3r, \quad \vec{\mathbf{D}} = \varepsilon\vec{\mathbf{E}}, \quad \vec{\mathbf{P}} = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0\vec{\mathbf{E}}, \quad \varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0 = K\varepsilon_0, \quad \sigma_b = \hat{\mathbf{n}}\cdot\vec{\mathbf{P}} \qquad \rho_b = -\nabla\cdot\vec{\mathbf{P}}$$

$$\nabla\cdot\vec{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \nabla\cdot\vec{\mathbf{B}} = 0 \qquad \nabla\times\vec{\mathbf{E}} = -\frac{\partial\vec{\mathbf{B}}}{\partial t} \qquad \nabla\times\vec{\mathbf{B}} = \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{\mathbf{E}}}{\partial t} + \mu_0\vec{\mathbf{J}}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left[\iint \vec{J}\cdot d\vec{S} + \varepsilon_0\iint\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\cdot d\vec{S}\right]$$

$$\frac{dU_E}{d\upsilon} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2, \qquad \frac{dU_M}{d\upsilon} = \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

Διάνυσμα Poynting: $\vec{\mathbf{S}} = \dfrac{1}{\mu_0}\vec{\mathbf{E}}\times\vec{\mathbf{B}}$

Μαθηματικές σχέσεις

$$\nabla \equiv \hat{\mathbf{x}}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{z}}\frac{\partial}{\partial z}$$

$$grad\,\phi = \nabla\phi = \hat{\mathbf{x}}\frac{\partial\phi}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}}\frac{\partial\phi}{\partial y} + \hat{\mathbf{z}}\frac{\partial\phi}{\partial z}$$

$$div\,\vec{\mathbf{E}} = \nabla\cdot\vec{\mathbf{E}} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

$$\nabla^2\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}$$

$$curl\vec{\mathbf{E}} = \nabla\times\vec{\mathbf{E}} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{z}} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$

Για σφαιρικά συμμετρικές συναρτήσεις $V = V(r)$, $\vec{\mathbf{E}} = E(r)\hat{\mathbf{r}}$, είναι:

$$grad\,V = \nabla V = \hat{\mathbf{r}}\frac{dV(r)}{dr} \qquad \text{και} \qquad div\,\vec{\mathbf{E}} = \nabla\cdot\vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 E(r)\right)$$

Θεώρημα του Gauss: $\oint_S \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{\mathbf{a}} = \int_{V(S)} \nabla\cdot\vec{\mathbf{E}}\, d\upsilon$ Θεώρημα του Stokes: $\oint_C \vec{\mathbf{E}}\cdot d\vec{s} = \int_{S(C)} (\nabla\times\vec{\mathbf{E}})\cdot d$

$$\vec{\nabla}\left(\varphi\vec{\nabla}\varphi\right) = \left(\vec{\nabla}\varphi\right)^2 + \varphi\nabla^2\varphi$$