

Μαθηματικά Οικονομικά
ΕΜΠ, ΣΕΜΦΕ, 14-6-2017 (Πτυχίο)

Θέμα 1. Έστω $f : X \rightarrow \mathbb{R}$, όπου $X \subseteq \mathbb{R}^n$ κυρτό.

Δείξτε ότι η f είναι κυρτή αν και μόνο αν το επιγράφημα $\text{epi}(f)$ της f είναι κυρτό.

(Δώστε τον ορισμό της κυρτής συνάρτησης και του επιγραφήματος της f .)

Θέμα 2. Σε οικονομία ανταλλαγής με δυο αγαθά και δυο καταναλωτές με αρχικά αγαθά $\omega_1 = (4, 5), \omega_2 = (5, 3)$ και συναρτήσεις χρησιμότητας $u_1(x, y) = u_2(x, y) = xy$, προσδιορίστε τη συνάρτηση ζήτησης κάθε καταναλωτή και μια τιμή ισορροπίας.

Θέμα 3. Σε οικονομία ανταλλαγής με δυο αγαθά και δυο καταναλωτές με αρχικό αγαθό $\omega_1 = (6, 2), \omega_2 = (6, 6)$ και συναρτήσεις χρησιμότητας $u_1(x, y) = xy, u_2(x, y) = x^2y$ εξετάστε αν η κατανομή

$$x = ((4, 4), (8, 4))$$

είναι ισορροπία κατά Walras που στηρίζεται από το διάνυσμα $p = (1, 1)$. (Να αρχίσετε με τον ορισμό της ισορροπίας).

Άσκηση 4. Δώστε τον ορισμό της λεξικογραφικής σχέσης προτίμησης \succeq στον \mathbb{R}^2 . Εξετάστε αν η σχέση \succeq είναι ολική και αν είναι κάτω ημισυνεχής. Νά δώσετε τον ορισμό της ολικής και της κάτω ημισυνεχούς σχέσης προτίμησης.

Θέμα 5. Έστω ότι η σχέση προτίμησης \succeq παίρνει μέγιστη τιμή στο σύνολο προϋπολογισμού $B_{p, w}$ στο σημείο x_0 .

Αν η σχέση \succeq είναι τοπικά μη κορεσμένη, δείξτε ότι το x_0 είναι σημείο του εισοδηματικού περιορισμού. (Δώστε τους ορισμούς του συνόλου προϋπολογισμού, του εισοδηματικού περιορισμού και της τοπικά μη κορεσμένης σχέσης προτίμησης.)

Θέμα 6. Έστω K κυρτό πολύτοπο του \mathbb{R}^m με κορυφές b_1, b_2, \dots, b_n και έστω η γραμμική συνάρτηση $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$.

Δείξτε ότι η f μεγιστοποιείται στο K σε μια τουλάχιστον από τις κορυφές του K .

Καλή επιτυχία!