ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Επαναληπτική εξέταση στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι **8 Σεπτεμβρίου 2009**

Διδάσκοντες: Λ. Απέκης, Ε. Λιαροκάπης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες

Τα θέματα είναι ισοδύναμα. **Απαντήστε σε τέσσερα από τα πέντε θέματα**

Θέμα 1. Ένα σκάφος μάζας m κινείται οριζόντια, κατά μήκος του άξονα των x, με ταχύτητα υ_0 και βρίσκεται στο σημείο $x=0$ όταν τη χρονική στιγμή $t=0$ σβήνεται η μηχανή του. Το νερό ασκεί στο σκάφος δύναμη τριβής, ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας του σκάφους, $F=-k\upsilon^2$, όπου k είναι μια θετική σταθερά και το αρνητικό πρόσημο εκφράζει ότι η τριβή αντιτίθεται στην κίνηση του σκάφους. Να υπολογιστούν:

(α) Η ταχύτητα του σκάφους συναρτήσει του χρονου, $\upsilon(t)$.

(β) Η απόσταση που διανύει το σκάφος συναρτήσει του χρόνου, $x(t)$.

(γ) Η ταχύτητα του σκάφους ως συνάρτηση της απόστασης x, $\upsilon(x)$.

Θέμα 2. Σώμα μάζας $m=1$ kg μπορεί να κινείται πάνω στον άξονα των x. Η δυναμική του ενέργεια είναι: $U(x)=x^2(1-x)$ $(-\infty<x<\infty)$, σε μονάδες S.I.

(α) Υπολογίστε τη δύναμη $F(x)$ που ασκείται πάνω στο σώμα.

(β) Σχεδιάστε τη δυναμική ενέργεια $U(x)$ και βρείτε τα σημεία ισορροπίας του σώματος, καθώς και το είδος της ισορροπίας σε αυτά τα σημεία.

(γ) Πόση είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να δοθεί στο σώμα στη θέση $x=0$ για να μπορέσει να φθάσει στο άπειρο;

(γ) Δείξετε ότι, για μικρές μετατοπίσεις από τη θέση ευσταθούς ισορροπίας, η εξίσωση κίνησης του σώματος είναι προσεγγιστικά αυτή του απλού αρμονικού ταλαντωτή και βρείτε την αντίστοιχη γωνιακή συχνότητα ω για ταλαντώσεις μικρού πλάτους.

Θέμα 3. Μικρό σώμα, μάζας m, περιστρέφεται με ταχύτητα V σε κυκλική τροχιά ακτίνας a γύρω από τη Γη, κάτω από την επίδραση της δύναμης της βαρύτητας και μόνο. Η μάζα της Γης είναι ίση με M. Το σώμα συγκρούεται με όμοιο στιγμιαία ακίνητο σώμα μάζας m και ενώνεται μαζί του, σχηματίζοντας ένα συσσωμάτωμα μάζας $2m$.

(α) Βρείτε, συναρτήσει του a, (i) την ταχύτητα V και (ii) την ταχύτητα υ_0 του συσσωματώματος αμέσως μετά τη σύγκρουση.

(β) Εξηγήστε γιατί η στροφορμή του συσσωματώματος ως προς το κέντρο της Γης διατηρείται σταθερή και είναι ίση με την αρχική στροφορμή του συστήματος. Βρείτε την τιμή της.

(γ) Βρείτε την ολική ενέργεια του συσσωματώματος. Περιγράψετε το είδος της τροχιάς που θα διαγράφει το συσσωμάτωμα.

(δ) Χρησιμοποιήστε τους νόμους διατήρησης για να δείξετε ότι η μέγιστη και η ελάχιστη απόσταση του συσσωματώματος από τη Γη, καθώς αυτό κινείται, είναι $r_1=a$ και $r_2=a/7$, αντίστοιχα.

Θέμα 4. Κύλινδρος μάζας m και ακτίνας R ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το άξονά του οριζόντιο. Ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στον κύλινδρο και το επίπεδο είναι $\mu = 0{,}5$.

(α) Βρείτε το ύψος (απόσταση από το έδαφος) στο οποίο μπορούμε να εφαρμόσουμε οριζόντια δύναμη $F = mg$, ώστε ο κύλινδρος να κυλήσει χωρίς να ολισθήσει.

(β) Περιγράψτε τι θα συμβεί αν εφαρμόσουμε την ίδια δύναμη σε ύψος μεγαλύτερο ή μικρότερο της απάντησης (α).

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του $I = mR^2/2$.

Θέμα 5. Ένα σωματίδιο μάζας ηρεμίας M κινείται στο σύστημα αναφοράς του Εργαστηρίου με ταχύτητα V. Το σωματίδιο διασπάται σε δύο άλλα, με μάζες ηρεμίας m και $2m$, αντίστοιχα. Τα δύο σωματίδια κινούνται στην ίδια κατεύθυνση με το αρχικό σωματίδιο, με ταχύτητες $\upsilon_1 = \frac{4}{5}c$ και $\upsilon_2 = \frac{3}{5}c$, αντίστοιχα. Να βρείτε:

(α) Τον λόγο V/c και το μέγεθος Mc^2 σε GeV, αν δοθεί ότι $mc^2 = 1{,}31$ GeV.

(β) Τις ταχύτητες υ_1' και υ_2' των σωματιδίων με μάζες m και $2m$, αντίστοιχα, στο σύστημα αναφοράς του σωματιδίου M.

Γενικό Τυπολόγιο

Κλασική Μηχανική: $\vec{\mathbf{L}} = M\,\vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{v}}$ $\quad \vec{\mathbf{N}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{F}}$ $\quad \dfrac{d\vec{\mathbf{L}}}{dt} = \vec{\mathbf{N}}$

Βαρυτική δυναμική ενέργεια δύο μαζών: $U = -G\dfrac{m_1 m_2}{r}$

Σχετικιστική Κινηματική:

Αν ένα σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα $V\hat{\mathbf{x}}$ ως προς ένα σύστημα αναφοράς S, και οι άξονες των δύο συστημάτων συμπίπτουν όταν $t = t' = 0$, τότε:

$$x' = \gamma(x - Vt) \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \qquad \beta \equiv \frac{V}{c} \qquad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\Delta l = \Delta l_0/\gamma \qquad \Delta t = \gamma\,\Delta t_0 \qquad \upsilon_x' = \frac{\upsilon_x - V}{1 - \frac{\upsilon_x V}{c^2}}, \qquad \upsilon_y' = \frac{\upsilon_y}{\gamma\left(1 - \frac{\upsilon_x V}{c^2}\right)}, \qquad \upsilon_z' = \frac{\upsilon_z}{\gamma\left(1 - \frac{\upsilon_x V}{c^2}\right)}.$$

Σχετικιστική Δυναμική:

$$m_0 = m(0) \qquad m = m(\upsilon) = \gamma m_0 \qquad p = \gamma m_0 \upsilon \qquad E = \gamma m_0 c^2 \qquad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

Μετασχηματισμός ορμής-ενέργειας:

$$p_x' = \gamma\left(p_x - \frac{\beta E}{c}\right) \qquad p_y' = p_y \qquad p_z' = p_z \qquad E' = \gamma\left(E - c\beta\, p_x\right)$$

Για φωτόνια: $E = hf = \dfrac{hc}{\lambda}$ $\quad E = pc$