

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

5ο ΕΞΑΜΗΝΟ - ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

ΤΡΙΤΗ 15 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2013, ΩΡΑ 17.00 - 18.30

Θέμα 1 Να αποδειχθεί ότι υπάρχει λύση των παρακάτω προβλημάτων αρχικών τιμών σε μία περιοχή του $x = 0$. Στη συνέχεια να εξεταστεί το μονοσήμαντο των λύσεων.

$$(i) y'(x) = (x - y(x))^{\frac{8}{9}}, \quad y(0) = 0 \quad \text{και} \quad (ii) y'(x) = (x - y(x))^{\frac{14}{9}}, \quad y(0) = 0.$$

Θέμα 2 Να βρεθούν οι χαρακτηριστικοί αριθμοί (ή πολλαπλασιαστές Floquet) του παρακάτω συστήματος:

$$x'(t) = \begin{bmatrix} \cos^2 t & 0 \\ 0 & \sin^2 t \end{bmatrix} x(t).$$

Θέμα 3 Να βρεθούν τα κρίσιμα σημεία του συστήματος $x' = 2x + 4y + 2$, $y' = 16x + 2y - 14$. Στη συνέχεια να προσδιοριστεί ο τύπος και το είδος της ευστάθειας αυτών και να σχεδιαστεί ποιοτικά το αντίστοιχο επίπεδο φάσεων.

Θέμα 4 Έστω το σύστημα $x' = -\frac{1}{5}x - y + xy$, $y' = x - \frac{1}{5}xy$. Να βρεθούν τα κρίσιμα σημεία και να μελετηθεί η ευστάθεια αυτών.

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!