

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΦΥΣΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ - 6ο ΕΞΑΜΗΝΟ

ΠΡΟΧΕΙΡΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

ΤΕΤΑΡΤΗ, 25 ΜΑΙΟΥ 2005, ΩΡΑ 18.00

(1) Να διερευνηθεί η ύπαρξη λύσεων σε κάποιο διάστημα γύρω από την αρχική τιμή για τα παρακάτω πρόβλήματα αρχικών τιμών. Στη συνέχεια να εξεταστεί το μονοσήμαντο της λύσης, όταν αυτή υπάρχει.

(i) $y' = (x - y)^{3/4}$, $y(5) = 5$, (ii) $y' = (x - y)^{3/4}$, $y(5) = 10$, $y(10) = 5$

(2) Να λυθεί το ακόλουθο πρόβλημα αρχικών τιμών με τη μέθοδο του εκθετικού πίνακα.

$$x' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 2 \end{pmatrix} x, \quad x(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -30 \end{pmatrix}$$

(3) Να βρεθεί η γενική λύση του ακόλουθου μη-ομογενούς συστήματος

$$x' = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^t.$$

(4) Να βρεθούν τα κρίσιμα σημεία του ακόλουθου συστήματος.

$$x' = x - 2y, \quad y' = 3x - 4y - 2.$$

Στη συνέχεια να προσδιοριστεί ο τύπος και το είδος ευστάθειας αυτών και να σχεδιαστεί το αντίστοιχο επίπεδο φάσεων.

(5) Να γίνει ταξινόμηση των κρίσιμων σημείων του ακόλουθου συστήματος, με τη χρήση της θεωρίας γραμμικοποίησης.

$$x' = y + x^2, \quad y' = -x + y^2.$$

Παρατήρηση: Να γραφούν το Θέμα 1 και τρία από τα Θέματα 2 έως 5.

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!

