

ΕΠΙΧΡΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Μάθημα : ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

**ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2006**

***** Διάρκεια Εξέτασης : 2.30 ώρες *****

ΖΗΤΗΜΑ 1

Δείξτε ότι στο γενικό γραμμικό μοντέλο $Y=X\beta+\epsilon$ ισχύει (i) $X'\hat{\epsilon}=0$, (ii) $\text{cov}(\hat{y}, \hat{\epsilon})=0$.

Θεωρώντας ότι ισχύει $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$, $i = 1, \dots, n$ ανεξάρτητα μεταξύ τους,

(iii) δείξτε ότι $V(\hat{\beta}) = \sigma^2 (X'X)^{-1}$ και συνεπώς (iv) βρείτε αυτόν τον πίνακα καθώς και

(v) τον συντελεστή συσχέτισης $\rho_{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1}$ των $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$ για το απλό γραμμικό μοντέλο.

(Βαθμ. 3.5)

ΖΗΤΗΜΑ 2

Πειραματιστής θέλει να εξετάσει τη σχέση μεταξύ μιας μεταβλητής (Y) και δύο επεξηγηματικών (X_1) και (X_2).

X_1	38	41	34	35	31	34	29	32
X_2	47.5	21.3	36.5	18	29.5	14.2	21	10

(i) Να προσδιοριστεί ο δειγματικός συντελεστής συσχέτισης r_{X_1, X_2} . Υπάρχει ένδειξη πολυσυγγραμμικότητας;

(ii) Χρειάζεται η μεταβλητή X_1 στο μοντέλο;

(iii) Να κατασκευαστούν 0.95 - διαστήματα εμπιστοσύνης για τις παραμέτρους β_1, β_2 στο μοντέλο $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \epsilon$.

Δίνονται:

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 11.5000 & -0.336768 & 0.0064342 \\ -0.3368 & 0.010494 & -0.0009156 \\ 0.0064 & -0.000916 & 0.0010070 \end{bmatrix}$$

$$X'Y = \begin{bmatrix} 223.6 \\ 8049.2 \\ 6954.7 \end{bmatrix}$$

Μεταβλητές	R ²	Mallows	
		C-p	S
X_1	70.3	87.6	11.482
X_2	55.5	133.4	14.058
$X_1 X_2$	98.4	3.0	2.9380

(Βαθμ. 3.5)

ΖΗΤΗΜΑ 3

A) Τρεις τύποι φαρμάκων δοκιμάστηκαν σε 24 ποντίκια και έδωσαν τις ακόλουθες παρατηρήσεις :

Τύπος 1	242	245	244	248	247	248	242	244
Τύπος 2	249	246	245	247	249	250	248	246
Τύπος 3	246	248	250	252	248	250	246	248

(i) Πως μπορούμε να εξετάσουμε αν υπάρχουν διαφοροποιήσεις μεταξύ των τριών τύπων φαρμάκων μέσω ενός πολλαπλού γραμμικού μοντέλου;

(ii) Να γίνει αυτός ο έλεγχος (SSR=52).

B) Διατυπώστε το μοντέλο της Poisson παλινδρόμησης και γράψτε τη συνάρτηση πιθανοφάνειάς του.

(Βαθμ. 3.0)