

Το Πρόβλημα της Κβαντικής Μέτρησης

1. Κβαντική Μέτρηση

Το πρόβλημα της κβαντικής μέτρησης συνίσταται στη *λογική αντίφαση* που προκύπτει από τη σύζευξη των παρακάτω τριών αρχών στο πλαίσιο του κβαντικού φορμαλισμού.

- *Καθολική Ισχύς Γραμμικής Δυναμικής Εξέλιξης* (ΓΔΕ). Η δυναμική εξέλιξη κάθε φυσικού συστήματος στο σύμπαν είναι γραμμική (μοναδιαία ή περιγράφεται από την εξίσωση Schrödinger).
- *Αξιοπιστία των Αισθήσεων των Παρατηρητών* (ΑΑΠ). Αυτό που εκλαμβάνει ως γεγονός ένας παρατηρητής κατά την ολοκλήρωση μιας μέτρησης – π.χ., ότι ο δείκτης ενός οργάνου έχει στραφεί σε ορισμένη κατεύθυνση και δίνει ορισμένη ένδειξη για την τιμή του μετρούμενου μεγέθους – όντως αποτελεί *φυσικό γεγονός*.
- *Σύνδεσμος Ιδιοκατάστασης-Ιδιοτιμής* (ΣΠ). Ένα παρατηρήσιμο μέγεθος ενός κβαντικού συστήματος έχει καθορισμένη τιμή σε μια χρονική στιγμή αν, και μόνον αν, η κατάσταση του συστήματος εκείνη τη χρονική στιγμή αναπαριστάται από ιδιοδιάνυσμα του αντίστοιχου αυτοσυζυγούς τελεστή, οπότε η καθορισμένη τιμή ισούται με την ιδιοτιμή που αντιστοιχεί στο ιδιοδιάνυσμα αυτό.

Προτού δείξουμε τον τρόπο με τον οποίο προκύπτει η αντίφαση, ας κάνουμε δυο παρατηρήσεις. Πρώτο, η αντίφαση επιβάλλεται από τη «μόνον αν» συνιστώσα του ΣΠ. Και δεύτερο, εφόσον πρόκειται για λογική αντίφαση, κάθε *συνεπής* ερμηνεία της κβαντικής μηχανικής πρέπει να *αρνηθεί* τουλάχιστον μια από τις παραπάνω τρεις αρχές.

Ας υποθέσουμε τώρα ότι ένας παρατηρητής χρησιμοποιεί μια συσκευή μέτρησης M για να μετρήσει την τιμή ενός παρατηρήσιμου μεγέθους A , με δυνατές τιμές $+1$ και -1 , σε ένα σύστημα S . Σύμφωνα με τον κβαντικό φορμαλισμό, το παρατηρήσιμο μέγεθος A αναπαριστάται από έναν αυτοσυζυγή τελεστή \hat{A} με ιδιοτιμές $+1$ και -1 και αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα $|+\rangle_S$ και $|-\rangle_S$. Επιπλέον, σύμφωνα με τον ΣΠ, το παρατηρήσιμο μέγεθος A έχει καθορισμένη τιμή μόνον όταν η κατάσταση του συστήματος S περιγράφεται από ιδιοδιάνυσμα του αντίστοιχου αυτοσυζυγούς τελεστή \hat{A} . Η διαδικασία της μέτρησης θα συνίσταται σε μια δυναμική αλληλεπίδραση του συστήματος-αντικειμένου S με τη συσκευή μέτρησης M που θα περιγράφεται, σύμφωνα με την ΓΔΕ, από ένα (μοναδιαίο) γραμμικό τελεστή \hat{U} . Ας υποθέσουμε τώρα ότι η συσκευή μέτρησης είναι αξιόπιστη με την εξής έννοια:

$$\hat{U}|\pm\rangle_S|ετοιμη\rangle_M = |\pm\rangle_S|''\pm''\rangle_M,$$

όπου $|ετοιμη\rangle_M$ είναι η αρχική κατάσταση της συσκευής όταν είναι προετοιμασμένη για μέτρηση του παρατηρήσιμου μεγέθους A του συστήματος-αντικειμένου S και $|''\pm''\rangle_M$ είναι η τελική κατάσταση της συσκευής («θέση του δείκτη του οργάνου

μέτρησης») που «αποκαλύπτει» στον παρατηρητή την τιμή ± 1 (αντίστοιχα) για το παρατηρήσιμο μέγεθος A του S .

Τι συμβαίνει, όμως, στην περίπτωση που η αρχική κατάσταση του S έχει τη μορφή υπέρθεσης

$$|\psi\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle_S + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle_S;$$

Η εμπειρία διδάσκει ότι η μέτρηση του A θα δώσει ορισμένο αποτέλεσμα, $+1$ ή -1 , με πιθανότητα $\frac{1}{2}$ για το καθένα. Και εφόσον ισχύει η ΑΑΠ, η τελική κατάσταση του σύνθετου συστήματος $S+M$ θα *πρέπει* να είναι

$$|+\rangle_S | "+" \rangle_M \quad \text{ή} \quad |-\rangle_S | "-" \rangle_M$$

(με πιθανότητα $\frac{1}{2}$ για καθένα). Αλλά δεδομένου ότι ο τελεστής της δυναμικής εξέλιξης του σύνθετου συστήματος $S+M$ είναι γραμμικός, η τελική κατάσταση προβλέπεται να είναι

$$\begin{aligned} \hat{U}(|\psi\rangle_S | \text{ετοιμη} \rangle_M) &= \hat{U}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle_S | \text{ετοιμη} \rangle_M + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle_S | \text{ετοιμη} \rangle_M\right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}|+\rangle_S | "+" \rangle_M + \frac{1}{\sqrt{2}}|-\rangle_S | "-" \rangle_M. \end{aligned}$$

Όμως η κατάσταση αυτή είναι *μυστηριώδης*: όχι μόνο το σύστημα-αντικείμενο δεν βρίσκεται σε κατάσταση στην οποία το μετρούμενο μέγεθος έχει καθορισμένη τιμή αλλά και η συσκευή μέτρησης δεν βρίσκεται σε κατάσταση στην οποία δίνει ορισμένη ένδειξη!

2. Η Γάτα του Schrödinger

Σε ένα άρθρο του 1935, ο Schrödinger (1983, σ. 157) εξέθεσε το πρόβλημα σε μια ιδιαίτερα δραματική εκδοχή. Ας φανταστούμε ότι μια γάτα είναι έγκλειστη μαζί με ένα φιαλίδιο που περιέχει υδροκυάνιο μέσα σε ένα χαλύβδινο δωμάτιο. Αν κατά τη διάρκεια του πειράματος σπάσει το φιαλίδιο, τότε η γάτα θα πεθάνει. Τη θραύση του φιαλιδίου μπορεί να προκαλέσει η ενεργοποίηση ενός μετρητή Geiger που είναι τοποθετημένος απέναντι από «έναν» πυρήνα ραδιενεργού υλικού με πιθανότητα διάσπασης κατά τη διάρκεια του πειράματος ίση με $\frac{1}{2}$. Σύμφωνα με τον κβαντικό δυναμικό νόμο, η τελική κατάσταση του σύνθετου συστήματος μετά το πέρας του πειράματος θα είναι της μορφής:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left| \begin{array}{l} \text{αδιασπαστος} \\ \text{πυρηνας} \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{l} \text{ακεραιο} \\ \text{φιαλιδιο} \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{l} \text{ζωντανη} \\ \text{γατα} \end{array} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \begin{array}{l} \text{διασπασμενος} \\ \text{πυρηνας} \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{l} \text{σπασμενο} \\ \text{φιαλιδιο} \end{array} \right\rangle \left| \begin{array}{l} \text{νεκρη} \\ \text{γατα} \end{array} \right\rangle.$$

Δηλαδή, η γάτα θα είναι τελικά «νεκροζώντανη»* ακριβέστερα, θα βρίσκεται σε «υπέρθεση ζωής και θανάτου» – ό,τι και αν σημαίνει αυτό!

3. Κβαντική Δυναμική με Αίτημα Προβολής

Ακολουθώντας τον von Neumann ([1955] 1996, σ. 351), η ορθόδοξη ερμηνεία της κβαντικής μηχανικής αποπειράθηκε να λύσει το πρόβλημα εισάγοντας ένα *αίτημα προβολής*: κατά τη μέτρηση το σύστημα μεταπίπτει σε μια ιδιοκατάσταση του μετρούμενου μεγέθους και αυτή η διαδικασία («αναγωγή του διανύσματος κατάστασης») είναι στιγμιαία, ασυνεχής, μη ντετερμινιστική και μη αντιστρέψιμη. Η ενσωμάτωση του αιτήματος προβολής καταργεί την καθολικότητα της γραμμικής

δυναμικής εξέλιξης και προτείνει σε αντικατάσταση τον ακόλουθο «κβαντικό δυναμικό νόμο»:

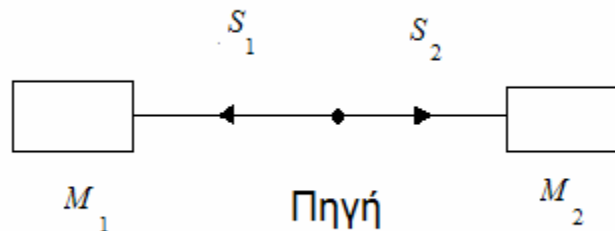
Κβαντική Δυναμική με Αίτημα Προβολής. Η δυναμική εξέλιξη κάθε φυσικού συστήματος περιγράφεται από μια μονοπαραμετρική ομάδα μοναδιαίων γραμμικών τελεστών εκτός εάν λαμβάνει χώρα μέτρηση οπότε το σύστημα μεταπίπτει στιγμιαία σε μια ιδιοκατάσταση του μετρούμενου μεγέθους.

Αλλά αυτό δεν αρκεί. Για να εκφράζει αυτή η διατύπωση ένα γνήσιο νόμο πρέπει να είναι προσδιορισμένο ανεξάρτητα το νόημα του όρου ‘μέτρηση’ και μάλιστα με τρόπο ώστε μια μέτρηση να διακρίνεται από τα υπόλοιπα είδη δυναμικών αλληλεπιδράσεων. Αλλιώς η αναγωγή του διανύσματος κατάστασης θα παραμένει ένα θαύμα με τη σημασία που απέδιδε στον όρο ο David Hume: *μια παραβίαση ενός νόμου της φύσης.*

Επιπλέον, η ίδια η ιδέα μιας στιγμιαίας αναγωγής του διανύσματος κατάστασης φαίνεται να είναι ασύμβατη με την επέκταση της κβαντικής θεωρίας σε σχετικιστικούς χωροχρόνους. Ας φανταστούμε μια πηγή ζευγών σωματιδίων, καθένα από τα οποία επιδέχεται ως προς ένα παρατηρήσιμο μέγεθος μια κβαντική περιγραφή ταυτόσημη με εκείνη του συστήματος S παραπάνω. Και ας υποθέσουμε ότι η πηγή εκπέμπει τα ζεύγη σωματιδίων στην κατάσταση

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|+\rangle_{S_1} |-\rangle_{S_2} - |-\rangle_{S_1} |+\rangle_{S_2} \right).$$

Μετά την εκπομπή τα δυο σωματίδια, S_1 και S_2 , οδεύουν σε αντίθετες κατευθύνσεις προς δυο συσκευές μέτρησης, M_1 και M_2 , που μπορούν να μετρήσουν τα μεγέθη A_1 και A_2 αντίστοιχα.



Οι στατιστικές τέτοιων πειραμάτων επιβεβαιώνουν ότι τα δυο σωματίδια είναι *αντισυζευγμένα*: αν μια μέτρηση του A_1 στο S_1 «αριστερά» δώσει την τιμή ± 1 , τότε μια μέτρηση του A_2 στο S_2 «δεξιά» θα δώσει με πιθανότητα ίση με τη μονάδα την τιμή ∓ 1 . Η ορθόδοξη ερμηνεία προσφέρει την ακόλουθη εξήγηση με χρήση της ιδέας της αναγωγής του διανύσματος κατάστασης: ενώ στην αρχική κατάσταση $|\Psi\rangle$ ούτε το A_1 ούτε το A_2 έχει καθορισμένη τιμή, κατά τη *στιγμή* της μέτρησης του A_1 στο S_1 η υπέρθεση καταρρέει έτσι ώστε το A_2 στο S_2 να αποκτήσει την κατάλληλη τιμή. Αν η μέτρηση του A_1 δώσει $+1$ η $|\Psi\rangle$ καταρρέει στην $|+\rangle_{S_1} |-\rangle_{S_2}$ στην οποία το A_2 έχει την τιμή -1 , ενώ αν η μέτρηση του A_1 δώσει -1 η $|\Psi\rangle$ καταρρέει στην $|-\rangle_{S_1} |+\rangle_{S_2}$ στην οποία το A_2 έχει την τιμή $+1$.

Αλλά στον χωροχρόνο Minkowski της ειδικής θεωρίας της σχετικότητας, η παραπάνω η εξήγηση δεν «ευσταθεί». Η αναγωγή του διανύσματος κατάστασης, η κατάρρευση της υπέρθεσης, μπορεί να συμβεί ταυτόχρονα στις δυο πτέρυγες του πειράματος σε *το πολύ ένα* σύστημα αναφοράς. Έτσι φαίνεται να απομένουν δυο δυνατότητες: είτε η αναγωγή ή κατάρρευση δεν είναι *στιγμαία* είτε ο κβαντικός κόσμος επιλέγει ένα προνομιακό σύστημα αναφοράς. Και η δεύτερη δυνατότητα αντιβαίνει προς τη σχετικότητα. (Για μια βαθύτερη ανάλυση αυτής της θεματικής βλ. Maudlin 1994.)

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Maudlin, T. (1994): *Quantum Non-Locality and Relativity*. Oxford: Blackwell.
- Penrose, R. (1986): “Gravity and State Vector Reduction” στο R. Penrose and C. J. Isham (eds.), *Quantum Concepts in Space and Time*. Oxford: Clarendon Press, σ. 129-146.
- Schrödinger, E. (1983): “The Present Situation in Quantum Mechanics” στο J. A. Wheeler and W. H. Zurek (eds.), *Quantum Theory and Measurement*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, σ. 152-167. Μετάφραση J. D. Trimmer. Πρώτη δημοσίευση στα γερμανικά στο *Naturwissenschaften* **23** (1935): 807-812, 823-828, 844-849.
- Von Neumann, J. ([1955] 1996): *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press. Μετάφραση R. T. Beyer. Πρώτη έκδοση στα γερμανικά 1932.