JOHN EARMAN και JOHN NORTON

ΠΟΙΟ ΤΟ ΤΙΜΗΜΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΥΠΟΣΤΑΣΙΟΚΡΑΤΙΑ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΧΩΡΟΧΡΟΝΟ; Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΟΠΗΣ*

Μετάφραση: Δημήτρης Λειβαδίτης
Επιμέλεια: Αριστείδης Αραγεώργης

1. Εισαγωγή

Από την εποχή του Newton, αυτοί που υποστηρίζουν μια υποστασιοκρατική [substantivalist] άποψη για τον χώρο και τον χρόνο οφείλουν να αντιμετωπίσουν το παρακάτω δίλημμα. Πρέπει είτε

(α) να δεχτούν την ύπαρξη διακριτών καταστάσεων τις οποίες καμία δυνατή παρατήρηση δεν θα μπορούσε να διακρίνει, είτε
(β) να αποποιηθούν την υποστασιοκρατία τους.

Έτσι ο Leibniz ρώτησε τον Clarke πώς θα διέφερε ο κόσμος αν ο Θεός είχε τοποθετήσει τα σώματα του κόσμου μας στον χώρο με κάποιον άλλο τρόπο, αλλάζοντας μόνο, για παράδειγμα, την Ανατολή σε Δύση. Δεν θα υπήρχε καμία ανιχνεύσιμη διαφορά. Η πεποίθησή μας ότι θα υπήρχε διαφορά βασίζεται πάνω στη «χιμαιρική υπόθεση της πραγματικότητας του ίδιου του χώρου» (Alexander [1956], σ. 26). Στο σύγχρονο πλαίσιο, ένα ανάλογο δίλημμα ανακύπτει για τους χωροχρονικούς υποστασιοκράτες. Αλλά με τον θάνατο του κριτηρίου επαληθευσιμότητας για το νόημα,[1] δεν είναι πια έξω από τη μόδα για αυτούς το να ξεφεύγουν από το δίλημμα αποδεχόμενοι απλώς το (α).

Οι υποστασιοκράτες οδηγήθηκαν σε αυτό το δίλημμα από την επιμονή τους να πιστεύουν ότι οι μη παρατηρήσιμες χωρικές και χρονικές ιδιότητες της ύλης (π.χ., 'βρίσκεται στη θέση x') είναι μη αναγώγιμες σε παρατηρήσιμες σχεσιακές ιδιότητες της ύλης (π.χ., 'συμπίπτει με το', 'βρίσκεται μεταξύ των'). Οι σχεσιοκράτες [relationists] δράττονται από αυτό που οι ίδιοι θεωρούν ως πλεοναστικό πληθωρισμό της οντολογίας τους και αναγκάζουν τους υποστασιοκράτες να δεσμευτούν στη διακριτότητα των παρατηρησιακά μη διακρίσιμων καταστάσεων πραγμάτων.

Στο πλαίσιο των σύγχρονων χωροχρονικών θεωριών, αυτή η υπερβολική δέσμευση οδηγεί τους υποστασιοκράτες σε ένα νέο δίλημμα. Είτε πρέπει να απορρίψουν την υποστασιοκρατία είτε πρέπει να δεχτούν μία πολύ ριζική μορφή ιντετερμινισμού. Η εξέταση του τρόπου με τον οποίο ανακύπτει αυτό το δίλημμα αποτελεί και το αντικείμενο αυτής της εργασίας.

---

* Πρώτη δημοσίευση ως Earman, J. and Norton, J. [1987]: "What Price Spacetime Substantivalism? The Hole Story", *British Journal for the Philosophy of Science* **38**: 515-525. Η παρούσα μετάφραση στα ελληνικά, με μικρές αλλαγές και *χωρίς* εκτενείς σημειώσεις του επιμελητή (Σ.τ.Ε.), δημοσιεύτηκε στο φιλοσοφικό περιοδικό *Δευκαλίων*, τεύχος 23/2: «Φιλοσοφία και Σύγχρονη Φυσική», Δεκέμβριος 2005, σ. 171-185. Στο ίδιο τεύχος δημοσιεύτηκε και ένα σύντομο άρθρο με τίτλο «Σκέψεις πάνω στο γενικό συναλλοίωτο, την υποστασιοκρατία ως προς τον χωροχρόνο και όλα αυτά» στο οποίο ο John Earman σκιαγραφεί τον τρόπο με τον οποίο μεταβλήθηκαν οι προσωπικές του απόψεις από το 1987.

[1] **Σ.τ.Ε.** Κατά το κριτήριο της επαληθευσιμότητας που επικράτησε στο φιλοσοφικό ρεύμα του Λογικού Θετικισμού του πρώτου μισού του 20ού αιώνα, μια πρόταση έχει νόημα αν και μόνο αν υπάρχουν δυνατά εμπειρικά τεκμήρια που μπορούν να την επαληθεύσουν – σε πιο φιλελεύθερη εκδοχή, να την επικυρώσουν ή να την καταστήσουν πιθανή. (Από την εφαρμογή του κριτηρίου εξαιρούνταν οι προτάσεις της λογικής και των μαθηματικών.)

Η κλάση των χωροχρονικών θεωριών που μας αφορά είναι πολύ ευρεία και σημαντική. Εν συντομία, οι θεωρίες θέτουν μία διαφορίσιμη χωροχρονική πολλαπλότητα πάνω στην οποία ορίζονται τα πεδία. Η συμπεριφορά των πεδίων καθορίζεται αποκλειστικά από μερικές διαφορικές εξισώσεις πεδίων. Η κλάση περιλαμβάνει νευτώνειες χωροχρονικές θεωρίες με ή χωρίς βαρύτητα ή ηλεκτροδυναμική, καθώς και ειδική και γενική σχετικότητα με ή χωρίς ηλεκτροδυναμική. Αυτό που είναι το πιο σημαντικό είναι ότι όλες οι εκδοχές της καλύτερης θεωρίας μας για τον χώρο και τον χρόνο, της γενικής σχετικότητας, ανήκουν σε αυτή την κλάση. Έτσι οι υποστασιοκράτες οφείλουν να αντιμετωπίσουν το δίλημμα του ιντετερμινισμού αν πιστεύουν την καλύτερη θεωρία μας για τον χώρο και τον χρόνο.

Αναπτύσσοντας το δίλημμα, θα δούμε ότι οι εξισώσεις αυτών των θεωριών δεν είναι αρκετά ισχυρές ώστε να καθορίζουν κατά μοναδικό τρόπο όλες τις χωροχρονικές ιδιότητες στις οποίες οι υποστασιοκράτες είναι δεσμευμένοι. Ο τύπος του ιντετερμινισμού που εμπλέκεται εδώ είναι όντως πολύ ριζικός. Θα δούμε ότι δεδομένης κάποιας περιοχής του χωροχρόνου, αυτές οι θεωρίες δεν μπορούν να καθορίσουν κατά μοναδικό τρόπο τα πεδία εντός της περιοχής ακόμα και με την πιο εξαντλητική περιγραφή των πεδίων έξω από αυτήν. Αυτό αληθεύει οσοδήποτε μικρή και αν είναι η περιοχή. Βαπτίσαμε αυτή τη συμπεριφορά «ριζικό τοπικό ιντετερμινισμό» ["radical local indeterminism"]. Πιστεύουμε ότι η αυτή η ριζική μορφή ιντετερμινισμού είναι ένα πολύ βαρύ τίμημα που πρέπει να πληρώσουμε για ένα δόγμα που δεν προσθέτει καμία καινούργια προβλεπτική ισχύ στις χωροχρονικές μας θεωρίες.

Το δίλημμα του ιντετερμινισμού ανακύπτει από μία πολύ γενική μορφή ελευθερίας βαθμίδας [gauge freedom] στις υπό συζήτηση χωροχρονικές θεωρίες. Αυτή η ελευθερία βαθμίδας εκδηλώνεται στο γενικό συναλλοίωτο των εξισώσεων των θεωριών. Το γενικό συναλλοίωτο μπορεί να κατανοηθεί υπό τη συνήθη παθητική έννοια ως το αναλλοίωτο της μορφής αυτών των εξισώσεων υπό αυθαίρετο μετασχηματισμό των χωροχρονικών συντεταγμένων. Θεωρούμενη παθητικά, η εκλογή μιας βαθμίδος αποτελεί απλώς έναν περιορισμό των συστημάτων χωροχρονικών συντεταγμένων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Αυτό συσκοτίζει τη σύνδεση μεταξύ ντετερμινισμού και ελευθερίας βαθμίδας. Εντούτοις, η δυϊκή ενεργητική ερμηνεία του γενικού συναλλοίωτου κάνει αυτή τη σύνδεση πολύ πιο καθαρή. Εκφράζεται ως η ελευθερία βαθμίδας στα μοντέλα της θεωρίας.[2]

Το γεγονός ότι αυτή η ελευθερία θα μπορούσε να οδηγήσει σε ριζικό τοπικό ιντετερμινισμό ανακαλύφθηκε από τον Einstein στα τέλη του 1913 υπό τη μορφή του λεγόμενου «επιχειρήματος οπής» ["hole argument"].[3] O Einstein δεν κατάλαβε πώς να αντιμετωπίσει το δίλημμα που προέκυπτε παρά μόνο στα τέλη του 1915. Ο σκοπός μας εδώ δεν είναι να παρουσιάσουμε μία ιστορικά πιστή εκδοχή του επιχειρήματος του Einstein, η οποία έχει συζητηθεί αλλού (βλ. Norton [1987]). Σκοπός μας είναι το επιχείρημά μας να στέκεται από μόνο του, αν και επιθυμούμε να κάνουμε γνωστή την καταγωγή του.

---

[2] Βλ. Stachel [1985] για μία αντιμετώπιση του γενικού συναλλοίωτου κατ' αυτόν τον τρόπο. O Stachel επίσης υποστηρίζει μια διάκριση μεταξύ απόλυτων και δυναμικών αντικειμένων και εστιάζει στα σχετικά με το «επιχείρημα οπής» του Einstein.

[3] Βλ., για παράδειγμα, Einstein και Grossmann [1913], σ. 260-1, και μία πιο ξεκάθαρη εκδοχή στο Einstein [1914], σ. 1066-7. O Stachel ήταν ο πρώτος που είδε ξεκάθαρα ότι η ενεργητική ερμηνεία του γενικού συναλλοίωτου από τον Einstein καθιστούσε το «επιχείρημα οπής» μη τετριμμένο. Stachel [1980].

2. Τοπικές Χωροχρονικές Θεωρίες

Αρχίζουμε περιγράφοντας τη γενική μορφή των χωροχρονικών θεωριών εντός της οποίας θα συναγάγουμε το δίλημμα του ιντετερμινισμού. Αυτές οι θεωρίες θέτουν διαφορίσιμες πολλαπλότητες πάνω στις οποίες ορίζονται γεωμετρικά αντικείμενα σε κάθε σημείο.[4] Ένα μοντέλο αυτών των θεωριών θα έχει πάντοτε τη μορφή $\langle M, G_{(1)}, G_{(2)}, \ldots, G_{(n)} \rangle$. M είναι μία διαφορίσιμη πολλαπλότητα με τη συνήθη εγγενή δομή και, για κάποιον θετικό ακέραιο n, τα $G_{(1)}, G_{(2)}, \ldots, G_{(n)}$ είναι n γεωμετρικά αντικείμενα, που ορίζονται παντού στη M.

Κάθε μοντέλο ικανοποιεί ένα σύνολο πεδιακών εξισώσεων οι οποίες δεν είναι τίποτε άλλο παρά ο μηδενισμός των στοιχείων κάποιου υποσυνόλου από τα οριζόμενα αντικείμενα. Δηλαδή, για κάποιο θετικό ακέραιο k μικρότερο ή ίσο με το n, οι εξισώσεις πεδίων είναι

$$G_{(k)} = 0, G_{(k+1)} = 0, \ldots, G_{(n)} = 0 .$$

Απαιτούμε κάθε γεωμετρικό αντικείμενο στις εξισώσεις πεδίων να είναι τανυστής.

Καθώς επιτρέπουμε κάποια από τα αντικείμενα να κατασκευάζονται από άλλα που έχουν ήδη οριστεί, η μορφή αυτή είναι αρκετά γενική ώστε να περικλείει παραλλαγές όλων σχεδόν των κλασικών θεωριών πεδίων που μας ενδιαφέρουν. Για παράδειγμα, ο σχετικιστικός ηλεκτρομαγνητισμός έχει μοντέλα της μορφής

$$\langle M, g_{ab}, \nabla_a, F_{ab}, j^a, \nabla_a g_{bc}, R^a_{bcd}, \nabla_{[a} F_{bc]}, \nabla_a F^{ac} - j^c \rangle$$

όπου g_{ab} είναι ένας μετρικός τανυστής Lorentz, ∇_a ένας τελεστής παραγώγου, F_{ab} ο τανυστής του πεδίου Maxwell, j^a η ροή φορτίου και R^a_{bcd} ο τανυστής καμπυλότητας Riemann της μετρικής g_{ab}. Στη συγκεκριμένη εκδοχή της θεωρίας, οι εξισώσεις πεδίων είναι ο μηδενισμός των $G_{(5)}$ έως $G_{(8)}$. Ο μηδενισμός του $G_{(5)}$ προσαρμόζει τον τελεστή παραγώγου στη μετρική και ο μηδενισμός του $G_{(6)}$ αναγκάζει τη μετρική να είναι επίπεδη. Οι τελευταίοι δύο μηδενισμοί είναι οι εξισώσεις του Maxwell.

Θα ονομάζουμε «τοπική χωροχρονική θεωρία» κάθε χωροχρονική θεωρία η οποία έχει την παραπάνω μορφή και η οποία ικανοποιεί τη συνθήκη πληρότητας:

Συνθήκη πληρότητας Έστω μια χωροχρονική θεωρία η οποία έχει μοντέλα της μορφής $\langle M, G_{(1)}, G_{(2)}, \ldots, G_{(n)} \rangle$ τα οποία ικανοποιούν τις εξισώσεις πεδίων

$$G_{(k)} = 0, G_{(k+1)} = 0, \ldots, G_{(n)} = 0 .$$

Τότε κάθε (n+1)-άδα αυτής της μορφής η οποία ικανοποιεί τις εξισώσεις πεδίων είναι ένα μοντέλο αυτής της θεωρίας.

Εξετάζουμε μόνο τοπικές χωροχρονικές θεωρίες

Τα διλήμματα που αναπτύσσονται παρακάτω προκύπτουν σε τοπικές χωροχρονικές θεωρίες. Υπόδειγμα μιας τέτοιας θεωρίας είναι η καλύτερη σύγχρονη θεωρία μας για τον χώρο και τον χρόνο, η γενική σχετικότητα. Όλες οι γνωστές διατυπώσεις της γενικής σχετικότητας είναι τοπικές χωροχρονικές θεωρίες ή διατυπώσεις οι οποίες

---

[4] Σ.τ.Ε. Για μια σκιαγράφηση βασικών εννοιών της διαφορικής γεωμετρίας που χρησιμοποιούνται στη σύγχρονη θεμελίωση θεωριών του χωροχρόνου, βλ. το Παράρτημα που επισυνάπτεται στο τέλος του άρθρου.

ανάγονται σε μια τέτοια θεωρία.[5] Έτσι ένας χωροχρονικός υποστασιοκράτης ο οποίος πιστεύει τη γενική σχετικότητα δεν μπορεί να αποφύγει τα διλήμματα.

Ουσιαστικά, κάθε άλλη κλασική χωροχρονική θεωρία πεδίου μπορεί να διατυπωθεί ως τοπική χωροχρονική θεωρία. Προτιμάμε, όποτε είναι δυνατό, να τις διατυπώνουμε κατ' αυτόν τον τρόπο. Έτσι θεωρούμε ότι η ειδική σχετικότητα έχει μοντέλα $\langle M, g_{ab}, R^{a}{}_{bcd} \rangle$ όπου g_{ab} μπορεί να είναι οποιαδήποτε από τις πολλές μετρικές Minkowski που μπορούν να οριστούν στη M, οι οποίες ικανοποιούν την εξίσωση πεδίου $R^{a}{}_{bcd} = 0$. Έτσι ικανοποιείται η συνθήκη πληρότητας.

Αυτό δεν αποτελεί καθολική πρακτική, ιδιαίτερα σε παλιές εργασίες. Εναλλακτικά, θα μπορούσαμε να επιμείνουμε ότι η ειδική σχετικότητα έχει να κάνει μόνο με έναν χωροχρόνο Minkowski, ο οποίος είναι ένα ζεύγος $\langle N, \eta_{ab} \rangle$, όπου το η_{ab} είναι συγκεκριμένη μετρική Minkowski οριζόμενη πάνω στο N, μια $\mathbb{R}^4$ πολλαπλότητα. Αυτό που είναι ανησυχητικό σε μία τέτοια παρουσίαση της ειδικής σχετικότητας είναι ότι ξεκινά κάνοντας αχρείαστες καθολικές υποθέσεις. Πρέπει να ορίσουμε στους νόμους της ίδιας της θεωρίας ποια πρέπει να είναι η καθολική τοπολογία της πολλαπλότητας και να ενσωματώσουμε σε αυτούς τους νόμους μια από τις πολλές μετρικές Minkowski που ορίζονται πάνω σε αυτή την πολλαπλότητα.

Η επιτυχία της γενικής σχετικότητας έχει δώσει ώθηση στην διατύπωση των χωροχρονικών θεωριών ως τοπικών χωροχρονικών θεωριών. Τέτοιες διατυπώσεις κάνουν την σύγκριση μεταξύ της γενικής σχετικότητας και αυτών των άλλων θεωριών πολύ ευκολότερη.[6]

Πιστεύουμε επίσης ότι υπάρχουν καλοί, αλλά όχι εξαναγκαστικοί, λόγοι για τη διατύπωση των χωροχρονικών θεωριών ως τοπικών χωροχρονικών θεωριών. Η κοσμολογία ήταν πάντα μια πολύ πιο επικίνδυνη δουλειά από ό,τι η τοπική φυσική. Από την εποχή του Αριστοτέλη, έχουμε βρει ότι το πιο αδύνατο σημείο μιας φυσικής θεωρίας είναι οι καθολικές κοσμολογικές υποθέσεις που κάνει. Μάθαμε εκ πείρας ότι είναι καλύτερο να κάνουμε τοπική φυσική πρώτα και έπειτα να κατασκευάσουμε την κοσμολογία μας από αυτή, παρά το ανάποδο. Καθορίζουμε όλα τα πεδία πάνω στην πολλαπλότητα με τοπικές εξισώσεις πεδίου, και όχι με καθολικούς όρους, και επιτρέπουμε την πιθανότητα ύπαρξης καθολικών τοπολογιών άλλων από τη συνηθισμένη του $\mathbb{R}^n$.

Τι αναπαριστάνει τον χωροχρόνο;

Ποια είναι η δομή που αναπαριστάνει στις χωροχρονικές θεωρίες τον χωροχρόνο; Δηλαδή, για ποιο πράγμα έχει υποστασιοκρατική άποψη ο χωροχρονικός υποστασιοκράτης; Θεωρούμε ότι οι πολλαπλότητες M των μοντέλων παριστάνουν τον χωροχρόνο.

Η θεώρηση αυτή είναι φυσικό επακόλουθο της τοπικής διατύπωσης των χωροχρονικών θεωριών. Εκλαμβάνουμε όλη τη γεωμετρική δομή, όπως τη μετρική και τον τελεστή παραγώγου, ως πεδία προσδιοριζόμενα από μερικές διαφορικές εξισώσεις. Έτσι θεωρούμε τη γυμνή πολλαπλότητα – το «δοχείο» αυτών των πεδίων – ως τον χωροχρόνο. Ένα επαναλαμβανόμενο πρόβλημα στη βιβλιογραφία περί χωροχρονικής υποστασιοκρατίας είναι η απουσία ακριβούς καθορισμού της δομής

[5] Μια διατύπωση της γενικής σχετικότητας με τον λογισμό των μεταβολών δεν έχει τανυστικές εξισώσεις πεδίων, όπως απαιτείται από τις τοπικές χωροχρονικές θεωρίες. Εντούτοις τέτοιες εξισώσεις πεδίων παράγονται εύκολα από τη βασική αρχή δράσης.

[6] Για τη διατύπωση σε μορφή τοπικών χωροχρονικών θεωριών πολλών εκδοχών φυσικών θεωριών σε χωροχρόνους της νευτώνειας φυσικής ή της ειδικής σχετικότητας, βλ. Friedman [1983].

στην οποία αποδίδονται υποστασιοκρατικές ιδιότητες. Μια καλοδεχούμενη εξαίρεση υπάρχει στον Friedman [1983], κεφάλαιο VI, όπου η πολλαπλότητα ταυτίζεται με τον χωροχρόνο και υποστηρίζεται ότι πρέπει να έχουμε μία ρεαλιστική θεώρηση για αυτήν.

Η έλευση της γενικής σχετικότητας κατέστησε υποχρεωτική την ταύτιση της γυμνής πολλαπλότητας με τον χωροχρόνο. Γιατί σε αυτή τη θεωρία, οι γεωμετρικές δομές, όπως ο μετρικός τανυστής, είναι σαφώς φυσικά πεδία στον χωροχρόνο.[7] Ο μετρικός τανυστής, τώρα, ενσωματώνει το βαρυτικό πεδίο και έτσι, όπως άλλα φυσικά πεδία, μεταφέρει ενέργεια και ορμή, η πυκνότητα των οποίων αναπαριστάνεται από τον ψευδο-τανυστή τάσης-ενέργειας του βαρυτικού πεδίου. Η ψευδο-τανυστική φύση αυτής της ποσότητας έχει κάνει προβληματικό το status της. Μπορούμε όμως ακόμα να δούμε ότι η ενέργεια και η ορμή μεταφέρονται από την μετρική κατά τρόπο που κάνει αναγκαστική την κατηγοριοποίησή της ως μέρος των περιεχομένων του χωροχρόνου. Ας θεωρήσουμε, για παράδειγμα, ένα βαρυτικό κύμα που διαδίδεται στον χώρο. Η ενέργειά του, γενικά, μπορεί να συγκεντρωθεί και να μετατραπεί σε άλλες μορφές ενέργειας, όπως θερμότητα ή φωτεινή ενέργεια είτε ακόμα σωματίδια με μάζα. Αν δεν κατηγοριοποιήσουμε τέτοιες δομές που φέρουν ενέργεια όπως το κύμα ως κάτι που περιέχεται εντός του χωροχρόνου, τότε δεν βλέπουμε πώς θα μπορούσαμε να διακρίνουμε με συνέπεια μεταξύ «δοχείου» και «περιεχομένου». Μπορούμε να σκεφτούμε να διαιρέσουμε την μετρική σε ένα αδιατάραχτο υπόβαθρο και σε ένα διαταράσσον κύμα με την ελπίδα ότι μόνο το δεύτερο θα μπορούσε να κατηγοριοποιηθεί ως περιεχόμενο στον χωροχρόνο. Η προσπάθεια αυτή αποτυγχάνει καθώς δεν υπάρχει μη αυθαίρετος τρόπος πραγματοποίησης αυτής της διαίρεσης της μετρικής. Τελικά, η κατηγοριοποίηση της μετρικής ως μέρος του περιέχοντος χωροχρόνου καθιστά τετριμμένη την υποστασιοκρατική άποψη σε ενοποιημένες θεωρίες πεδίου όπως αυτές που ανέπτυξε ο Einstein, στις οποίες όλη η ύλη αναπαριστάνεται από ένα γενικευμένο μετρικό τανυστή. Γιατί εκεί δεν θα υπήρχε τίποτα πια που να περιέχεται στον χωροχρόνο, και έτσι η υποστασιοκρατική άποψη στην ουσία θα επιβεβαίωνε απλώς την ανεξάρτητη ύπαρξη ολόκληρου του σύμπαντος.

Σε μια εναλλακτική θεώρηση η οποία συνήθως συσχετίζεται με νευτώνειες θεωρίες ή θεωρίες ειδικής σχετικότητας, αναπαριστάνουμε τον χωροχρόνο με την πολλαπλότητα μαζί με κάποια επιπρόσθετη γεωμετρική δομή, την οποία θα την ονομάσουμε *απόλυτη δομή* του. Η άποψη αυτή εμφανίζεται κατά φυσικό τρόπο στις παλαιότερες μη τοπικές διατυπώσεις των χωροχρονικών θεωριών, όπου η απόλυτη δομή τυπικά τίθεται μάλλον καθολικά *ab initio* παρά ορίζεται τοπικά μέσω των εξισώσεων πεδίων. Έτσι αν δίναμε την παραπάνω καθολική διατύπωση της ειδικής σχετικότητας, θα αποκαλούσαμε πιθανότατα χωροχρόνο το ζεύγος $\langle N, \eta_{ab} \rangle$. Αν έπρεπε να καθορίσουμε μια δομή σε ένα νευτώνειο χωροχρόνο η οποία να αντιστοιχεί σε αυτό για το οποίο ο Newton είχε την υποστασιοκρατική του άποψη, τότε αυτό θα ήταν μία τετράδα $\langle N, h^{ac}, \nabla_a, dt_a \rangle$, όπου h^{ac} είναι η εκφυλισμένη μετρική, ∇_a ο τελεστής παραγώγου και dt_a η 1-μορφή του απόλυτου χρόνου (όλα ορισμένα κατά τον συνήθη τρόπο).

[7] Ένας από εμάς (Norton [1985]) έχει υποστηρίξει ότι για τον Einstein ένα πρωτεύον επακόλουθο της αρχής της ισοδυναμίας ήταν η αναγνώριση του γεγονότος ότι η μετρική Minkowski g_{ab} της ειδικής σχετικότητας ήταν ένα φυσικό πεδίο που ορίζεται στον χωροχρόνο παρά ένα στοιχείο του χωροχρονικού υποβάθρου.

Το επιχείρημά μας δεν ασχολείται με αυτή την αναπαράσταση του χωροχρόνου καθώς αυτή σχετίζεται με μη τοπικές χωροχρονικές θεωρίες τις οποίες έχουμε θέσει ήδη εκτός των ορίων της συζήτησής μας. Ειρήσθω εν παρόδω ότι η υβριδική άποψη – η χρησιμοποίηση αυτής της αναπαράστασης του χωροχρόνου εντός τοπικών χωροχρονικών θεωριών – οδηγεί πάλι σε διλήμματα του τύπου που θα συζητήσουμε παρακάτω, τα οποία όμως τίθενται δυσκολότερα κατ' αυτόν τον τρόπο (βλ. υποσημείωση 9).

Το Θεώρημα Βαθμίδας [The Gauge Theorem]
Το δίλημμα του ιντετερμινισμού βασίζεται στο ακόλουθο θεώρημα:

Θεώρημα Βαθμίδας (Γενικό Συναλλοίωτο):[8] Αν $\langle M, G_{(1)}, G_{(2)}, \dots, G_{(n)} \rangle$ είναι ένα μοντέλο μιας τοπικής χωροχρονικής θεωρίας και h είναι ένας διαφορομορφισμός από τη M στη M, τότε η μεταφορά $\langle M, h^*G_{(1)}, h^*G_{(2)}, \dots, h^*G_{(n)} \rangle$ του $\langle M, G_{(1)}, G_{(2)}, \dots, G_{(n)} \rangle$ από τον h είναι επίσης ένα μοντέλο της θεωρίας.

Απόδειξη Πρέπει να δείξουμε ότι ο μηδενισμός των πεδιακών εξισώσεων

$$G_{(k)} = 0, G_{(k+1)} = 0, \dots, G_{(n)} = 0$$

διατηρείται υπό τον διαφορομορφισμό. Αυτό προκύπτει αμέσως από την περιγραφή σε συντεταγμένες της δράσης του μεταφέροντος h^*. Για κάθε αντικείμενο $G_{(i)}$ με συνιστώσες $(G_{(i)})^m$ σε κάποιο σύστημα συντεταγμένων (x^m) έχουμε

$$(G_{(i)})^m = (h^*G_{(i)})^{m'}$$

όπου ο άνω δείκτης m' δείχνει ότι πρόκειται για συνιστώσες ως προς τη μεταφορά $(x^{m'}) = (h^*x^m)$ του συστήματος συντεταγμένων (x^m) από τον h. Θυμηθείτε ότι το $G_{(i)}$ είναι ένας τανυστής. Επομένως $(G_{(i)})^m = 0$ και άρα $(h^*G_{(i)})^{m'} = 0$ επίσης. Επομένως το $h^*G_{(i)}$ μηδενίζεται. Το επιχείρημα αυτό ισχύει για $i = k, k+1, \dots, n$, γεγονός που αποδεικνύει ότι οι εξισώσεις πεδίου ισχύουν για τη δομή $\langle M, h^*G_{(1)}, h^*G_{(2)}, \dots, h^*G_{(n)} \rangle$.

Παρατηρήστε ότι η απόδειξη ισχύει επειδή τα αντικείμενα είναι τανυστές οι οποίοι έχουν την ιδιότητα να μηδενίζονται ακριβώς στην περίπτωση που μηδενίζονται οι συνιστώσες τους σε οποιοδήποτε σύστημα συντεταγμένων. Αυτός είναι και ο λόγος που περιορίσαμε τις εξισώσεις πεδίων των τοπικών χωροχρονικών θεωριών σε τανυστικές εξισώσεις.

Θα λέμε ότι το αρχικό μοντέλο και το μοντέλο που προκύπτει ως μεταφορά του αρχικού από διαφορομορφισμό είναι *διαφορομορφικά*. Παρατηρήστε ότι η σχέση 'είναι διαφορομορφικό με' διαμερίζει το σύνολο των συναφών δομών σε κλάσεις ισοδυναμίας.

Για να δούμε τη σύνδεση μεταξύ αυτού του θεωρήματος βαθμίδας και του γενικού συναλλοίωτου στη συνηθισμένη παθητική του ανάγνωση, ας θυμηθούμε ότι υπάρχει μια φυσική ένα-προς-ένα αντιστοιχία μεταξύ των διαφορομορφισμών στη

[8] Το αποτέλεσμα αυτό δεν είναι καινούργιο, αν και είναι κατά κανόνα γνωστό στην παθητική του μορφή. Ο Wald γράφει «οι διαφορομορφισμοί περιλαμβάνουν την ελευθερία βαθμίδας οποιασδήποτε θεωρίας η οποία διατυπώνεται με όρους τανυστικών πεδίων πάνω σε μια χωροχρονική πολλαπλότητα». Wald [1984], σ. 438.

M και των μετασχηματισμών συντεταγμένων ενός συγκεκριμένου συστήματος συντεταγμένων (x^m) της M. Ας υποθέσουμε ότι ο διαφορομορφισμός απεικονίζει το σημείο p της M στο $h(p)$. Τότε ο αντίστοιχος μετασχηματισμός συντεταγμένων αποδίδει τις νέες συντεταγμένες (y^m) στο p, όπου οι τιμές των (y^m) στο p είναι ίσες με τις συντεταγμένες του $h(p)$ στο αρχικό σύστημα συντεταγμένων (x^m).[9]

Χρησιμοποιώντας αυτή την αντιστοιχία μπορούμε να μεταφράσουμε θεωρήματα από την ενεργητική στην παθητική γλώσσα –δηλαδή να μεταβούμε από θεωρήματα που έχουν να κάνουν με διαφορομορφισμούς σε θεωρήματα που έχουν να κάνουν με μετασχηματισμούς συντεταγμένων– και αντιστρόφως. Το θεώρημα βαθμίδας προκύπτει αμέσως από τον μηδενισμό της μεταφοράς από αυθαίρετο διαφορομορφισμό κάθε μηδενιζόμενου τανυστή. Το αποτέλεσμα αυτό αντιστοιχεί στο παθητικό αποτέλεσμα ότι οι συνιστώσες αυτών των μηδενικών τανυστών παραμένουν μηδενικές υπό αυθαίρετους μετασχηματισμούς συντεταγμένων, το οποίο είναι ακριβώς ο γενικώς συναλλοίωτος νόμος μετασχηματισμού για τις συνιστώσες ενός μηδενικού τανυστή.

3. Τι είναι η χωροχρονική υποστασιοκρατία; Άρνηση της ισοδυναμίας Leibniz

Σε γενικές γραμμές, η χωροχρονική υποστασιοκρατία υποστηρίζει ότι ο χωροχρόνος μπορεί να υπάρχει ανεξάρτητα από οποιοδήποτε από τα πράγματα μέσα του. Σε αυτή τη μορφή, η θέση είναι καταστροφική, καθώς καταρρίπτεται αυτομάτως από οποιαδήποτε χωροχρονική θεωρία με την οποία ασχολούμαστε. Όλες θέτουν αξιωματικά ότι υπάρχουν πεδία σε κάθε σημείο στον χωροχρόνο. Δηλαδή, συμφωνούν ότι δεν μπορούν να υπάρχουν μη κατειλημμένα χωροχρονικά συμβάντα, σε αντίθεση με την καθιερωμένη θέση που παίρνουν οι υποστασιοκράτες έναντι των σχεσιοκρατών.

Μπορούμε να φανταστούμε λιγότερο προβληματικούς τρόπους αναδιατύπωσης της υποστασιοκρατικής θέσης. Να θεωρήσουμε τη θέση ότι ο χωροχρόνος δεν ανάγεται σε άλλες δομές· ή τη θέση ότι στις χωροχρονικές μας θεωρίες πρέπει αναπόφευκτα να εφαρμόσουμε ποσόδειξη [quantify] πάνω σε χωροχρονικά συμβάντα. Ίσως ακόμα να θεωρήσουμε μια αυστηρή ρεαλιστική ανάγνωση των μοντέλων των χωροχρονικών θεωριών. Κάθε μοντέλο δεν *αναπαριστάνει* πλέον ένα φυσικώς δυνατό κόσμο, αλλά μάλλον κάθε μοντέλο *είναι* ένας φυσικώς δυνατός κόσμος, με ένα από αυτά να είναι ο κόσμος μας. Δηλαδή, η M ενός μοντέλου μιας αληθούς χωροχρονικής θεωρίας είναι ο χωροχρόνος του κόσμου μας.

Ευτυχώς δεν χρειάζεται να λύσουμε αυτό το πρόβλημα αναδιατύπωσης. Οποιαδήποτε αναδιατύπωση και να υιοθετήσει ένας υποστασιοκράτης, πρέπει όλοι να συμφωνούν όσον αφορά ένα κρίσιμο τεστ της υποστασιοκρατίας, αντλούμενο από τον Leibniz. Αν οτιδήποτε στον κόσμο κατοπτριζόταν από Ανατολικά στα Δυτικά (ή καλύτερα, μετατοπιζόταν 3 μέτρα Ανατολικά), και διατηρούνταν όλες οι σχέσεις μεταξύ των σωμάτων, θα είχαμε τότε ένα διαφορετικό κόσμο; Ο υποστασιοκράτης πρέπει να απαντήσει «ναι», καθώς όλα τα σώματα του κόσμου είναι τώρα σε διαφορετικές θέσεις στον χώρο, παρόλο που οι σχέσεις μεταξύ τους παραμένουν αμετάβλητες.

Η αναγκαία συμφωνία των υποστασιοκρατών όσον αφορά αυτό το τεστ είναι το μόνο που χρειαζόμαστε για να φτάσουμε στα διλήμματα που παρουσιάζονται

---

[9] **Σ.τ.Ε.** Έχουμε αλλάξει τον συμβολισμό του πρωτοτύπου για να αποφευχθεί ενδεχόμενη σύγχυση. Παρατηρήστε ότι $y^m = x^m \circ h$

παρακάτω. Αλλά πρώτα πρέπει να μεταφράσουμε το τεστ στο πλαίσιο των τοπικών χωροχρονικών θεωριών. Ο διαφορομορφισμός είναι το αντίστοιχο της μετατόπισης Leibniz όλων των σωμάτων στον χώρο έτσι ώστε οι μεταξύ τους σχέσεις να διατηρούνται. Για παράδειγμα, αναπαραστήστε δύο σώματα σε μία τοπική χωροχρονική θεωρία με δύο χωρικά μικρές περιοχές υψηλής ενεργειακής πυκνότητας κατά τον προφανή τρόπο. Τότε όλες οι σχετικές τους ιδιότητες, όπως το χωροχρονικό διάστημα που τα διαχωρίζει και οι σχετικές τους ταχύτητες κατά την κρούση, παραμένουν αμετάβλητες υπό αυθαίρετο διαφορομορφισμό.

Συνοψίζοντας, οι υποστασιοκράτες, οποιεσδήποτε επιμέρους απόψεις και να έχουν, θα αρνηθούν την:

Ισοδυναμία Leibniz Διαφορομορφικά μοντέλα αναπαριστάνουν την ίδια φυσική κατάσταση.

Η άρνηση αυτή ήδη κάνει τους υποστασιοκράτες να έρχονται σε διαφωνία με τα καθιερωμένα σύγχρονα κείμενα στη γενική σχετικότητα, στα οποία η ισοδυναμία αυτή γίνεται αναντίρρητα δεκτή στη συγκεκριμένη περίπτωση πολλαπλοτήτων με μετρικές.[10] Είμαστε τώρα σε θέση να θέσουμε τα δύο διλήμματα για τους χωροχρονικούς υποστασιοκράτες.[11]

4. Το δίλημμα της επαληθευσιοκρατίας

Το δίλημμα αυτό ισοδυναμεί σχεδόν με μια αναδιατύπωση της άρνησης της ισοδυναμίας Leibniz εκ μέρους των υποστασιοκρατών. Για να ολοκληρώσουμε το δίλημμα πρέπει μόνο να σημειώσουμε ότι οι χωροχρονικές θέσεις από μόνες τους δεν είναι παρατηρήσιμες. Παρατηρήσιμα είναι τα στοιχεία ενός υποσυνόλου των σχέσεων μεταξύ των δομών που ορίζονται στην πολλαπλότητα του χωροχρόνου. Για παράδειγμα, δεν μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το σώμα b βρίσκεται στη θέση x. Αυτά που όντως παρατηρούμε είναι πράγματα όπως η σύμπτωση του σώματος b με το σημάδι x πάνω σε ένα χάρακα, ο οποίος αποτελεί από μόνος του ένα άλλο φυσικό σύστημα. Έτσι τα παρατηρήσιμα παραμένουν αμετάβλητα υπό διαφορομορφισμούς. Επομένως τα διαφορομορφικά μοντέλα είναι παρατηρησιακώς μη διακρίσιμα.

Οι υποστασιοκράτες πρέπει είτε να αρνηθούν την αρχή ισοδυναμίας Leibniz είτε να αρνηθούν την υποστασιοκρατία. Δηλαδή πρέπει είτε

(α) να δεχτούν ότι υπάρχουν διαφορετικές καταστάσεις πραγμάτων οι οποίες είναι παρατηρησιακώς μη διακρίσιμες, είτε

---

[10] Hawking and Ellis [1973], σελ. 56· Sachs and Wu [1977], σελ. 27. Η αποδοχή αυτή επιτρέπει στις σύγχρονες πραγματεύσεις των τοπικών χωροχρονικών θεωριών να αποφεύγουν τον ριζικό τοπικό ιντετερμινισμό. Παλαιότερες πραγματεύσεις της κλασικής μηχανικής και της ειδικής σχετικότητας δεν ήταν διατυπωμένες ως τοπικές χωροχρονικές θεωρίες. Αυτός ο τύπος ιντετερμινισμού δεν αποτελούσε πρόβλημα καθώς είχαν να κάνουν με μία και μόνο πολλαπλότητα συν την απόλυτη δομή ως τον σταθερό καμβά του χωροχρόνου στον οποίο δεν μπορούσε να εμφανιστεί η ελευθερία βαθμίδας.

[11] Οι υποστασιοκράτες της πολλαπλότητας-συν-απόλυτη-δομή τυπικά θα αντιμετωπίσουν διλήμματα παρόμοιας προέλευσης. Οι υποστασιοκράτες της π-σ-α-δ υπόκεινται στο κρίσιμο τεστ Leibniz σε περίπτωση που η απόλυτη δομή έχει συμμετρίες, κάτι που συμβαίνει στην συντριπτική πλειονότητα των περιπτώσεων. Πρέπει να αρνηθούν ότι δύο μοντέλα αναπαριστάνουν την ίδια φυσική κατάσταση αν αυτά είναι διαφορομορφικά υπό έναν μετασχηματισμό συμμετρίας. Αυτό γενικεύεται κατά φυσικό τρόπο στην άρνηση της ισοδυναμίας Leibniz (και στα διλήμματα που παρουσιάζονται παρακάτω). Η γενίκευση αυτή είναι δύσκολο να αποφευχθεί. Οι συμμετρίες μετατόπισης, π.χ., μπορούν να συντεθούν από διαφορορφισμούς οπής. Έτσι οι επιτηδευμένοι υποστασιοκράτες της π-σ-α-δ πρέπει να αρνηθούν την ισοδυναμία Leibniz τουλάχιστον για διαφορομορφισμούς οπής, το οποίο φτάνει από μόνο του για την εμφάνιση των διλημμάτων μέσω του πορίσματος οπής στην Παράγραφο 5.

(β) να αρνηθούν την υποστασιοκρατία τους.

5. Το δίλημμα του ιντετερμινισμού

Για να φθάσουμε σε αυτό το δίλημμα, χρειαζόμαστε ένα απλό πόρισμα του θεωρήματος βαθμίδας:

Πόρισμα Οπής Έστω Τ ένα μοντέλο μιας τοπικής χωροχρονικής θεωρίας με πολλαπλότητα M και O (για «οπή») οποιαδήποτε περιοχή της M. Τότε υπάρχουν αυθαιρέτως πολλά διακριτά μοντέλα της θεωρίας πάνω στη M τα οποία διαφέρουν το ένα από το άλλο *μόνον* εντός της O.

Απόδειξη Έστω h ένας «διαφορομορφισμός οπής», δηλαδή, ένας διαφορομορφισμός ο οποίος διαφέρει από τον ταυτοτικό διαφορομορφισμό εντός της O, αλλά γίνεται με λείο τρόπο ο ταυτοτικός διαφορομορφισμός πάνω στο σύνορο της O και εκτός αυτής. Τότε από το θεώρημα βαθμίδας, η μεταφορά του Τ από τον h ικανοποιεί το ζητούμενο.[12] Καθώς υπάρχουν αυθαιρέτως πολλοί διαφορομορφισμοί οπής για την O, υπάρχουν αυθαιρέτως πολλά τέτοια μοντέλα που προκύπτουν ως μεταφορές του Τ από διαφορομορφισμούς οπής και ικανοποιούν το ζητούμενο.

Το όνομα αυτού του πορίσματος προέρχεται από την αρχική ανακάλυψή του σε μια ειδική μορφή από τον Einstein. Ο Einstein θεώρησε μια οπή χωρίς ύλη μέσα σε μία κατανομή μάζας και έδειξε ότι η ελευθερία βαθμίδας μιας οποιασδήποτε εξίσωσης ενός γενικώς συναλλοίωτου βαρυτικού πεδίου επέτρεπε πολλαπλά μετρικά πεδία εντός της οπής.

Προκύπτει τώρα άμεσα ότι η άρνηση της ισοδυναμίας Leibniz εκ μέρους των υποστασιοκρατών οδηγεί σε μία πολύ ριζική μορφή ιντετερμινισμού σε όλες τις τοπικές χωροχρονικές θεωρίες, καθώς για έναν υποστασιοκράτη τα διαφορομορφικά μοντέλα του πορίσματος οπής πρέπει να αναπαριστάνουν *διαφορετικές* φυσικές καταστάσεις.

Ας θεωρήσουμε πρώτα διάφορες μορφές του λαπλασιανού ντετερμινισμού. Ας υποθέσουμε ότι τα θεωρούμενα μοντέλα του χωροχρόνου επιδέχονται καθολικές χρονικές τομές [global time slices].[13] Στο νευτώνειο σκηνικό μία τέτοια τομή είναι ένα υπερεπίπεδο απόλυτης ταυτοχρονίας, ενώ στο σκηνικό της σχετικότητας είναι μια χωροειδής υπερεπιφάνεια χωρίς άκρες [edges]. Ο Λαπλασιανός θα ήθελε τότε να αποδείξει ότι οι νόμοι της φυσικής εγγυώνται ότι η κατάσταση σε μια χρονική τομή S καθορίζει κατά μοναδικό τρόπο την κατάσταση στο μέλλον της S· ή αν όχι αυτό, ότι η κατάσταση σε ένα πεπερασμένο σάντουιτς που κείται μεταξύ δύο τομών S και S′ καθορίζει την κατάσταση στο μέλλον του σάντουιτς· ή, αν ούτε κι αυτό, ότι η κατάσταση πάνω στην S και στο παρελθόν της S καθορίζει την κατάσταση στο μέλλον της S.

Αν ο χωροχρόνος είναι υποστασιοκρατικός, τότε καμία τέτοια απόδειξη δεν μπορεί να δοθεί εντός τοπικών χωροχρονικών θεωριών. Γιατί σύμφωνα με το πόρισμα της οπής με την Οπή τοποθετημένη στο μέλλον της S, αν $\left\langle M, G_{(1)}, G_{(2)}, \ldots, G_{(n)} \right\rangle$ είναι ένα μοντέλο της θεωρίας μας, τότε υπάρχει ένα άλλο

---

[12] **Σ.τ.Ε.** Δηλαδή, είναι μοντέλο της τοπικής χωροχρονικής θεωρίας που διαφέρει από το Τ μόνο εντός της περιοχής O.

[13] Αλλιώς, δεν μπορεί να εφαρμοστεί η καθολική εκδοχή του λαπλασιανού ντετερμινισμού.

μοντέλο $\langle M, G'_{(1)}, G'_{(2)}, \ldots, G'_{(n)} \rangle$ το οποίο είναι ταυτόσημο με το πρώτο έως και τη στιγμή που αντιστοιχεί στη S (δηλαδή, για κάθε p στη M που κείται στο παρελθόν της S, $G_{(i)}(p) = G'_{(i)}(p)$) αλλά το οποίο αποκλίνει από το πρώτο στο μέλλον της S.

Αξίζει να σημειώσουμε ότι, αντίθετα με την κοινή πεποίθηση, ο λαπλασιανός ντετερμινισμός δεν παίρνει μια ξεκάθαρη μορφή στις νευτώνειες θεωρίες. Πρβλ. Earman [1986]. Διαισθητικά, ο λαπλασιανός ντετερμινισμός καταρρέει καθώς δεν υπάρχει άνω όριο στην ταχύτητα της αιτιακής διάδοσης, με αποτέλεσμα να μπορούν να «εισχωρήσουν κρυφά» από το χωρικό άπειρο επιδράσεις χωρίς να αναγγείλουν εαυτές στην επιλεγμένη τομή S.

Ενόψει τέτοιων χωρικών εισβολέων ελπίζουμε ότι μπορούμε να επιτύχουμε μια μη τετριμμένη μορφή ντετερμινισμού μεταβαίνοντας από ένα πρόβλημα καθαρά αρχικών τιμών σε ένα πρόβλημα συνοριακών-αρχικών τιμών. Δηλαδή, η κατάσταση ορίζεται πάνω στην ίδια την S καθώς και στα τοιχώματα ενός σωλήνα που διαπερνά όλες τις χρονικές τομές στο μέλλον της S. Ελπίζουμε έτσι ότι αυτές οι συνοριακές συνθήκες θα καθορίσουν κατά μοναδικό τρόπο το εσωτερικό του σωλήνα ανάμεσα στα μοντέλα της θεωρίας. Αλλά εάν δεχτούμε την υποστασιοκρατία, το πόρισμα οπής διαλύει και αυτές τις ελπίδες. Αρκεί να τοποθετήσουμε την Οπή εντός του σωλήνα.

Μέχρι τώρα ο αναγνώστης έχει αναμφίβολα διαπιστώσει ότι το πόρισμα οπής αναγκάζει τους υποστασιοκράτες να συμπεράνουν ότι δεν μπορεί να ισχύει καμία μη τετριμμένη μορφή ντετερμινισμού σε τοπικές χωροχρονικές θεωρίες. Η κατάσταση εντός *οποιασδήποτε* περιοχής της πολλαπλότητας δεν μπορεί *ποτέ* να καθοριστεί από την κατάσταση εκτός αυτής, όσο μικρή και να είναι η περιοχή και όσο εκτεταμένος και να είναι ο εξωτερικός καθορισμός.

Φυσικά μπορούμε να ξεφύγουμε εύκολα από αυτό τον ριζικό τοπικό ιντετερμινισμό αποδεχόμενοι απλώς την ισοδυναμία Leibniz. Τότε τα διαφορομορφικά μοντέλα του πορίσματος οπής αντιπροσωπεύουν την ίδια φυσική κατάσταση και ο υπό συζήτηση ιντετερμινισμός γίνεται ένας υποκαθορισμός μαθηματικής περιγραφής χωρίς σύστοιχο υποκαθορισμό της φυσικής κατάστασης. Αλλά η αποδοχή της ισοδυναμίας Leibniz συνεπάγεται την άρνηση της υποστασιοκρατίας.

Θέλουμε να τονίσουμε ότι ο ισχυρισμός μας δεν πηγάζει από την πεποίθηση ότι ο ντετερμινισμός είναι, ή πρέπει να είναι, αληθής. Υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους μπορεί όντως να αποτύχει ο ντετερμινισμός: χωρικοί εισβολείς στο νευτώνειο σκηνικό· η ανυπαρξία μιας επιφάνειας Cauchy[14] στο σκηνικό της γενικής σχετικότητας· η ύπαρξη μη αναγώγιμων στοχαστικών στοιχείων στο κβαντικό περιβάλλον, κ.λπ.. Αυτό που θέλουμε να πούμε μάλλον είναι το εξής. Εάν δεν είναι αποδεκτή μια μεταφυσική που αναγκάζει όλες τις θεωρίες μας να είναι ντετερμινιστικές, τότε δεν είναι αποδεκτή εξίσου μια μεταφυσική που αυτομάτως αποφαίνεται υπέρ του ιντετερμινισμού. Ο ντετερμινισμός μπορεί να καταρρεύσει, αλλά, εάν καταρρεύσει, θα πρέπει να καταρρεύσει για λόγους φυσικής, και όχι εξαιτίας μιας δέσμευσης σε υποστασιοκρατικές ιδιότητες, οι οποίες μπορούν να εξαλειφθούν χωρίς να επηρεάσουν τις εμπειρικές συνέπειες της θεωρίας.

Συνοψίζοντας δείξαμε ότι οι υποστασιοκράτες πρέπει είτε να αρνηθούν την ισοδυναμία Leibniz είτε να αρνηθούν την υποστασιοκρατία τους. Δηλαδή, πρέπει είτε

(α) να αποδεχτούν ένα ριζικό τοπικό ιντετερμινισμό σε τοπικές χωροχρονικές θεωρίες, είτε

(β) να αρνηθούν την υποστασιοκρατία τους.

---

[14] Βλ. Hawking and Ellis [1973] για τον ορισμό αυτής της έννοιας.

Ίσως είναι αποδεκτό να διασώσουμε την υποστασιοκρατία εν όψει του διλήμματος της επαληθευσιοκρατίας αποδεχόμενοι την επιλογή (α). Αλλά αισθανόμαστε ότι το τίμημα που πρέπει να πληρώσει κανείς επιλέγοντας το (α) στο δίλημμα ιντετερμινισμού είναι πάρα πολύ βαρύ προκειμένου να διασώσει ένα δόγμα που δεν προσθέτει εμπειρικά τίποτε στις χωροχρονικές θεωρίες.[15]

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ:
Στοιχεία Θεμελίων Χωροχρονικών Θεωριών
(Α. Αραγεώργης)

Στη σύγχρονη θεμελίωση θεωριών του χωροχρόνου, το χωροχρονικό υπόβαθρο αναπαριστάνεται μαθηματικά από μια διαφορίσιμη πολλαπλότητα. Πολύ γενικά, μια διαφορίσιμη πολλαπλότητα είναι ένας τοπολογικός χώρος M που «μοιάζει» τουλάχιστον τοπικά με τον ευκλείδειο χώρο $\mathbb{R}^n$ (στη συνήθη περίπτωση, $n = 4$). Αυτή η τοπική «ομοιότητα» εκδηλώνεται ως δυνατότητα του M να επιδέχεται τοπικά συστήματα συντεταγμένων διάστασης n. Ένα τέτοιο σύστημα συντεταγμένων συνίσταται από ένα ανοικτό υποσύνολο U του M και έναν ομοιομορφισμό ξ (1-1, επί και ξ, ξ^{-1} συνεχείς) από το U πάνω σε ένα ανοικτό υποσύνολο $\xi[U]$ του $\mathbb{R}^n$. Γράφουμε $\xi(p) = (x^1(p), \ldots, x^n(p))$ για κάθε $p \in U$ και ονομάζουμε τους $x^i(p)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, *συντεταγμένες* του σημείου p ως προς το (U, ξ), $\xi = (x^1, \ldots, x^n) = (x^i)$. Αναλυτικότερα, μια *διαφορίσιμη (C^∞, λεία) n-διάστατη πολλαπλότητα* (στο εξής, απλώς *πολλαπλότητα*) είναι ένας τοπολογικός χώρος M εφοδιασμένος με μια οικογένεια συστημάτων συντεταγμένων διάστασης n που καλύπτει τον M και περιέχει όλα και μόνον εκείνα τα συστήματα συντεταγμένων που «αλληλεπικαλύπτονται με λείο τρόπο».

Για την αναπαράσταση του χωροχρόνου και των περιεχομένων του, η υποκείμενη πολλαπλότητα εφοδιάζεται με ένα σύνολο πεδίων γεωμετρικών αντικειμένων. Γενικά, ένα *πεδίο γεωμετρικών αντικειμένων* [geometric object field] σε μια πολλαπλότητα M μπορεί να νοηθεί ως μια αντιστοίχιση

$$G : (p, x^i) \mapsto (G_1, \ldots, G_N) \in \mathbb{R}^N$$

που αντιστοιχίζει σε *κάθε* σημείο $p \in M$ και *κάθε* σύστημα συντεταγμένων (x^i) γύρω από το p μια N-άδα πραγματικών αριθμών, που ονομάζονται *συνιστώσες* του G ως προς το (x^i) στο p, έτσι ώστε οι νέες συνιστώσες G'_K $(K = 1, \ldots, N)$ που δίνονται από την

$$G : (p, y^{j'}) \mapsto (G'_1, \ldots, G'_N) \in \mathbb{R}^N$$

ως προς ένα νέο σύστημα συντεταγμένων $(y^{j'})$ γύρω από το p να προσδιορίζονται ως συναρτήσεις των παλιών συνιστωσών G_J $(J = 1, \ldots, N)$ και του μετασχηματισμού συντεταγμένων $y^{j'} = f_{j'}(x^i)$. Συνήθη πεδία γεωμετρικών αντικειμένων είναι τα τανυστικά πεδία (απόδοση ενός τανυστή ιδίου τύπου σε κάθε σημείο της πολλαπλότητας). Είναι

[15] Δεν συμπεράναμε εδώ ότι ο χωροχρόνος είναι σχεσιακός, καθώς η βιβλιογραφία περιέχει πάρα πολλές αλληλοσυγκρουόμενες χρήσεις του όρου 'σχεσιοκρατία'. Φυσικά το συμπέρασμα έχει τεκμηριωθεί εάν η σχεσιοκρατία είναι απλώς η άρνηση της υποστασιοκρατίας. Αλλά κάτι τέτοιο προϋποθέτει μια πάρα πολύ χοντροκομμένη διχοτόμηση – υποστασιοκρατίας εναντίον σχεσιοκρατίας – από την οποία η συζήτηση αυτών των θεμάτων έχει υποφέρει για πάρα πολύ καιρό. Η σχεσιοκρατία δεν τεκμηριώνεται εάν με αυτήν εννοείται ότι κάθε κίνηση είναι η σχετική κίνηση των σωμάτων, όπως φαίνεται να υποστήριζε ο Leibniz.

χαρακτηριστικό του κανόνα μετασχηματισμού των συνιστωσών τανυστών ότι αν οι συνιστώσες ενός τανυστή μηδενίζονται ως προς *κάποιο* σύστημα συντεταγμένων, τότε μηδενίζονται ως προς *κάθε* σύστημα συντεταγμένων. Τανυστικά πεδία χρησιμοποιούνται για την περιγραφή των υλικών περιεχομένων αλλά και της μετρικής δομής του χωροχρόνου. Η μετρική δομή νοηματοδοτεί όρους όπως «απόσταση», «μήκος» και «γωνία» και, σε σχετικιστικούς χωροχρόνους, περιγράφεται από ένα πεδίο g (ή g_{ab}) ημι-Ρημάννειων μετρικών τανυστών. Αναλυτικότερα, η μετρική g ορίζει ένα βαθμωτό γινόμενο $g(\overline{X},\overline{Y})$ (ή $g_{ab}X^aY^b$ με τη σύμβαση άθροισης Einstein[16]) για κάθε ζεύγος $\overline{X},\overline{Y}$ διανυσματικών πεδίων με «συνιστώσες» X^a, Y^a αντίστοιχα.

Η καμπυλότητα του χωροχρόνου εκφράζεται με την απόδοση πρόσθετης δομής στην υποκείμενη πολλαπλότητα. Διαισθητικά, η *εγγενής* καμπυλότητα μιας πολλαπλότητας ορίζεται με τη βοήθεια της έννοιας της *παράλληλης μετατόπισης* [parallel transport]. Σε ένα ευκλείδειο επίπεδο δυο ευθείες που είναι αρχικά παράλληλες παραμένουν παράλληλες όσο και αν προεκταθεί καθεμία κατά την αρχική της διεύθυνση. Αντίθετα σε μια καμπυλωμένη πολλαπλότητα (π.χ., στην επιφάνεια μιας σφαίρας) δυο «αρχικά παράλληλες ευθείες γραμμές» μπορεί να τέμνονται αν «προεκταθεί καθεμία κατά την αρχική της διεύθυνση». Αυτή η παρατήρηση δείχνει ότι μπορούμε να έχουμε ένα εγγενές μέτρο της καμπυλότητας μιας πολλαπλότητας αν έχουμε έναν εγγενή ορισμό της «προέκτασης ευθείας γραμμής κατά την αρχική της διεύθυνση» για την πολλαπλότητα αυτή. Και αυτός ο ορισμός βασίζεται στην έννοια της παράλληλης μετατόπισης διανύσματος. Πράγματι, το χαρακτηριστικό μιας ευθείας γραμμής σε έναν ευκλείδειο χώρο είναι ότι μετατοπίζει παράλληλα το εφαπτόμενο διάνυσμά της: το εφαπτόμενο διάνυσμά της σε κάθε σημείο είναι παράλληλο με το εφαπτόμενο διάνυσμά της σε κάθε άλλο σημείο. Έτσι οδηγούμαστε στην ακόλουθη έννοια καμπυλότητας. Σε μια πολλαπλότητα εφοδιασμένη με μια έννοια παράλληλης μετατόπισης διανυσματικών πεδίων, μια «ευθεία γραμμή» είναι μια καμπύλη της οποίας το εφαπτόμενο διάνυσμα μετατοπίζεται παράλληλα προς τον εαυτό του κατά μήκος της καμπύλης. Τέτοιες «ευθείες γραμμές» ονομάζονται *γεωδαισιακές* [geodesics]. Η πολλαπλότητα θα είναι καμπυλωμένη αν και μόνο αν γεωδαισιακές με το ίδιο εφαπτόμενο διανυσματικό πεδίο συγκλίνουν ή αποκλίνουν, προσεγγίζουν ή απομακρύνονται, η μια από την άλλη – δηλαδή, αν και μόνο αν «αρχικά παράλληλες» γεωδαισιακές παύουν να είναι «παράλληλες». Σε αυτή την προσέγγιση, η καμπυλότητα της πολλαπλότητας εκφράζεται με την έννοια της *γεωδαισιακής απόκλισης* (geodesic deviation).

Από τα παραπάνω συνάγεται ότι μπορούμε να μιλήσουμε για εγγενή καμπυλότητα μιας πολλαπλότητας αν μπορούμε να μιλήσουμε για παράλληλη μετατόπιση διανυσμάτων κατά μήκος καμπυλών στην πολλαπλότητα αυτή. Αλλά αυτό απαιτεί την εισαγωγή της έννοιας της μεταβολής ενός διανυσματικού πεδίου κατά μήκος μιας καμπύλης. Στον $3-$διάστατο ευκλείδειο χώρο η μεταβολή ενός διανυσματικού πεδίου $\vec{v}=(v_1,v_2,v_3)$ κατά μήκος μιας καμπύλης με εφαπτόμενο διανυσματικό πεδίο $\vec{t}$ δίνεται από το διανυσματικό πεδίο $\nabla_{\vec{t}}\vec{v}=\left(\vec{t}\bullet\vec{\nabla}v_1,\vec{t}\bullet\vec{\nabla}v_2,\vec{t}\bullet\vec{\nabla}v_3\right)$. Γενικεύοντας σε αυθαίρετες πολλαπλότητες, απαιτούμε η μεταβολή ενός διανυσματικού πεδίου $\overline{V}$ κατά μήκος μιας καμπύλης με εφαπτόμενο διανυσματικό πεδίο $\overline{T}$ να δίνεται από ένα διανυσματικό πεδίο $\nabla_{\overline{T}}\overline{V}$, όπου ∇ μια κατάλληλα ορισμένη παράγωγος.

Συνοψίζοντας, αν εφοδιάσουμε μια πολλαπλότητα με μια κατάλληλη παράγωγο ∇, μπορούμε να νοηματοδοτήσουμε ισχυρισμούς όπως «Το διανυσματικό πεδίο $\overline{V}$ μετατοπίζεται παράλληλα προς τον εαυτό του κατά μήκος της καμπύλης με εφαπτόμενο διανυσματικό πεδίο $\overline{T}$» ($\nabla_{\overline{T}}\overline{V}=0$), «Η καμπύλη με εφαπτόμενο διανυσματικό πεδίο $\overline{T}$

---

[16] **Σ.τ.Ε.** Κάθε έκφραση που περιέχει τον ίδιο δείκτη τόσο πάνω όσο και κάτω υποδηλώνει άθροιση ως προς όλες τις τιμές που μπορεί να λάβει ο δείκτης αυτός.

είναι γεωδαισιακή» ($\nabla_{\bar{T}}\bar{T}=0$), κ.λπ. Σε αυτή την περίπτωση λέμε ότι η πολλαπλότητα είναι εφοδιασμένη με *αφινική δομή* [affine structure]: η απεικόνιση $\langle \bar{X},\bar{Y}\rangle \mapsto \nabla_{\bar{X}}\bar{Y}$, όπου $\bar{X}$, $\bar{Y}$ αυθαίρετα διανυσματικά πεδία λέγεται *αφινική σύνδεση* [affine connection]. Επίσης με χρήση της ∇ κατασκευάζεται ένα τανυστικό πεδίο R^a_{bcd} που εκφράζει το μέτρο της γεωδαισιακής απόκλισης και, κατά συνέπεια, το εγγενές μέτρο της τοπικής καμπυλότητας (*τανυστής καμπυλότητας Riemann*). Τέλος ο τελεστής $\nabla_{\bar{X}}$, όπου $\bar{X}$ αυθαίρετο διανυσματικό πεδίο, μπορεί να επεκταθεί κατάλληλα σε μια παράγωγο ∇_a για τανυστικά πεδία οποιουδήποτε τύπου (*συναλλοίωτη παράγωγος*).

Αν μια πολλαπλότητα φέρει ημι-Ρημάννεια μετρική και αφινική δομή, τότε απαιτούμε οι δομές αυτές να είναι *συμβατές* με την εξής έννοια: το βαθμωτό γινόμενο δυο οποιωνδήποτε διανυσματικών πεδίων που ορίζει η μετρική δεν πρέπει να μεταβάλλεται κατά μήκος μιας οποιασδήποτε καμπύλης κατά μήκος της οποίας αυτά τα διανυσματικά πεδία μετατοπίζονται παράλληλα. Αυτή το αίτημα συμβατότητας εκφράζεται από τη συνθήκη $\nabla g=0$ ή $\nabla_a g_{bc}=0$. Αποδεικνύεται ότι αυτό το αίτημα ορίζει κατά μοναδικό τρόπο την ∇ δεδομένης της g.

Αν M και N είναι δυο πολλαπλότητες, τότε κάθε 1-1 και επί απεικόνιση $h:M\to N: p\mapsto h(p)$ που είναι τέτοια ώστε οι h,h^{-1} να είναι διαφορίσιμες συναρτήσεις κλάσης C^∞ (δηλαδή να έχουν συνεχείς μερικές παραγώγους οποιασδήποτε τάξης), λέγεται *διαφορομορφισμός* [diffeomorphism] από τη M στη N. Ένας διαφορομορφισμός h από τη M στη N, *«σέρνει μαζί του»* ["drags along"] ή *«μεταφέρει μαζί του»* ["carries along"] τη γεωμετρική δομή από τη μια πολλαπλότητα στην άλλη. Αναλυτικά, αν G είναι τανυστικό πεδίο ή αφινική σύνδεση πάνω στη M, τότε ορίζεται ένα μοναδικό τανυστικό πεδίο[17] ή αφινική σύνδεση h^*G πάνω στη N έτσι ώστε αν (x^i) είναι ένα σύστημα συντεταγμένων γύρω από το σημείο $p\in M$, τότε (h^*x^i) είναι ένα σύστημα συντεταγμένων γύρω από το σημείο $h(p)\in N$ και οι συνιστώσες του G ως προς (x^i) στο p είναι ίσες με τις συνιστώσες του h^*G ως προς (h^*x^i) στο $h(p)$ – συμβολικά,

$$\left(G_p\right)^{\alpha}_{(x^i)}=\left((h^*G)_{h(p)}\right)^{\alpha}_{(h^*x^i)},$$

όπου χρησιμοποιούμε το σύμβολο 'α' για να παραστήσουμε συλλογικά το σύνολο των δεικτών που εμφανίζονται στις συνιστώσες του G. Αποκαλούμε το αντικείμενο h^*G *μεταφορά κατά* h του G. Για παράδειγμα, η μεταφορά h^*f κατά h μιας συνάρτησης $f:M\to\mathbb{R}$ ορίζεται ως η συνάρτηση $h^*f:N\to\mathbb{R}$ με $(h^*f)(h(p))=f(p)$ για κάθε $p\in M$.

Οι διαφορομορφισμοί από μια πολλαπλότητα στον εαυτό της επιδέχονται παθητική ερμηνεία ως μετασχηματισμοί συντεταγμένων. Πράγματι, αν αγνοήσουμε «λεπτομέρειες» που αφορούν πεδία ορισμού συστημάτων συντεταγμένων σε μια πολλαπλότητα M, κάθε διαφορομορφισμός $h:M\to M$ ορίζει τοπικά τον μετασχηματισμό συντεταγμένων $(x^i)\mapsto(y^i)$, $y^i=x^i\circ h$ (και αντίστροφα). Επιπλέον, αν G είναι ένα πεδίο γεωμετρικών αντικειμένων πάνω στη M, λέμε ότι ο διαφορομορφισμός $h:M\to M$ είναι *συμμετρία* του G (αφήνει το G *αναλλοίωτο*) αν και μόνο αν $h^*G=G$.

Μια φυσική θεωρία $\boldsymbol{\Theta}$ θα λέγεται *τοπική χωροχρονική θεωρία* [local spacetime theory] αν και μόνο αν (1) τα μοντέλα της $\boldsymbol{\Theta}$ είναι δομές της μορφής $\langle M,G_{(1)},\ldots,G_{(n)}\rangle$, όπου M είναι μια πολλαπλότητα και $G_{(1)},\ldots,G_{(n)}$ (για κάποιο φυσικό αριθμό $n\geq 1$) είναι πεδία

[17] **Σ.τ.Ε. Ιδίου τύπου.**

γεωμετρικών αντικειμένων στην M που ικανοποιούν ένα πεπερασμένο σύνολο Ε εξισώσεων πεδίων *τανυστών* και (2) κάθε δομή αυτής της μορφής που ικανοποιεί όλες τις εξισώσεις στο Ε είναι μοντέλο της Θ. Πρότυπο τοπικής χωροχρονικής θεωρίας είναι η γενική σχετικότητα. (Ωστόσο, όλες οι κλασικές θεωρίες για τον χωροχρόνο μπορούν να παρουσιαστούν ως τοπικές χωροχρονικές θεωρίες, μολονότι δεν παρουσιάζονται πάντοτε έτσι.) Τα μοντέλα της γενικής σχετικότητας έχουν τη μορφή

$$\langle M, \nabla, g, T\rangle \text{ ή } \langle M, \nabla_a, g_{ab}, T_{ab}\rangle$$

όπου M είναι μια 4-διάστατη πολλαπλότητα, ∇ ορίζει μια συμμετρική αφινική σύνδεση στη M, g είναι μια ημι-Ρημάννεια μετρική στη M με υπογραφή $\langle 1,3\rangle$ και T ένα συμμετρικό τανυστικό πεδίο τύπου (0,2) στη M (που ονομάζεται *τανυστής τάσης-ενέργειας-ορμής*). Οι εξισώσεις πεδίων έχουν τη μορφή

$$\nabla_a g_{bc} = 0$$

$$R_{ab} - \frac{1}{2} g_{ab} R = \kappa T_{ab}$$

όπου ο *τανυστής Ricci* R_{ab} και το *βαθμωτό καμπυλότητας* R κατασκευάζονται από τον τανυστή καμπυλότητας Riemann R^a_{bcd} της ∇ (και, συνεπώς, της g) και κ είναι μια σταθερά. Φυσικά, τα μοντέλα της γενικής σχετικότητας μπορούν να γραφούν στη μορφή

$$\left\langle M, \underbrace{\nabla_a}_{G_{(1)}}, \underbrace{g_{ab}}_{G_{(2)}}, \underbrace{T_{ab}}_{G_{(3)}}, \underbrace{\nabla_a g_{bc}}_{G_{(4)}}, \underbrace{R_{ab} - (1/2) g_{ab} R - \kappa T_{ab}}_{G_{(5)}} \right\rangle$$

με εξισώσεις τανυστικών πεδίων $G_{(4)} = 0$ και $G_{(5)} = 0$.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ALEXANDER, H. G. [1956] (*ed.*): *The Leibniz-Clarke Correspondence*. Manchester University Press.

EARMAN, J. [1986]: *A Primer on Determinism*. Western Ontario Series in Philosophy of Science, vol. 32. D. Reidel.

EINSTEIN, A. [1914]: "Die formale Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie", *Preuuss. Akad. Der Wiss., Sitz.*, σ. 1030-85.

EINSTEIN, A. und GROSSMANN, M. [1913]: "Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation", *Zeitschrift für Mathematik und Physik* **63**: 225-64.

FRIEDMAN, M [1983]: *Foundations of Space-Time Theories*. Princeton University Press.

HAWKING, S. and ELLIS, G. F. R. [1973]: *The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge University Press.

NORTON, J. [1985]: "What was Einstein's Principle of Equivalence?", *Studies in History and Philosophy of Science* **16**: 203-46.

NORTON, J. [1987]: "Einstein, the Hole Argument and the Reality of Space", στο J. Forge (ed.), *Measurement, Realism and Objectivity*. D. Reidel.

SACHS, R. K. and WU, H. [1977]: *General Relativity for Mathematicians*. New York: Springer.

STACHEL, J. [1980]: "Einstein's Search for General Covariance". Εργασία που διαβάστηκε στην Ένατη Διεθνή Συνδιάσκεψη για τη Γενική Σχετικότητα και τη Βαρύτητα, Jena.

STACHEL, J. [1985]: "What a Physicist Can Learn from the Discovery of General Relativity". Πρακτικά, Συνέδριο Marcel Grossman, Ρώμη, 1985.

WALD, R. [1984]: *General Relativity*. University of Chicago Press.