ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Διδάσκων: Κ. Παρασκευαΐδης | Διάρκεια 2 ½ ώρες | 24/2/2009

√ **1)** Θεωρούμε ένα σύστημα που αποτελείται από τέσσερα σωματίδια με σπιν ½ και με μαγνητική ροπή μ_0 το καθένα (σύστημα *A*) σε μαγνητικό πεδίο ***B***. (α) Να απαριθμήσετε όλες τις προσιτές καταστάσεις του συστήματος *A*. Για κάθε μία από αυτές να βρείτε την ολική μαγνήτιση και την ολική ενέργεια. (β) Η μαγνητική ροπή του *A* είναι $M = -4\mu_0$. Ένα δεύτερο σύστημα A' που αποτελείται από ένα σωματίδιο με σπιν ½ και με μαγνητική ροπή $M' = 3\mu_0$ έρχεται σε επαφή με το σύστημα *A* στο μαγνητικό πεδίο ***B***. Τα συστήματα μπορούν να ανταλλάσσουν ενέργεια ελεύθερα, είναι απομονωμένα από το περιβάλλον και φθάνουν στην κατάσταση ισορροπίας. Να υπολογίσετε (i) τις πιθανότητες $P(M)$ και $P(M')$ για να πάρουν οι ολικές μαγνητικές ροπές των *A* και A' μία από τις δυνατές τους τιμές *M* και M' αντιστοίχως, (ii) τη μέση τιμή του *M*, $\langle M\rangle$ και τη μέση τιμή του M', $\langle M'\rangle$ και (iii) τις τιμές της πιθανότητας $P(M)$ και της μέσης τιμής $\langle M\rangle$ στην περίπτωση που τα συστήματα χωρίζονται ξανά, ώστε να μην είναι πια ελεύθερα να ανταλλάξουν ενέργεια μεταξύ τους.

2) Ένα σύστημα έχει τρεις ενεργειακές στάθμες με ενέργειες $\varepsilon_n = n\varepsilon$, $(\varepsilon>0)$, και αντίστοιχους εκφυλισμούς $g_n = n$, όπου το n παίρνει τις τιμές 1, 2 και 3. Το σύστημα αυτό βρίσκεται σε θερμική επαφή με δεξαμενή θερμότητας σε θερμοκρασία *T* και αποτελείται από *N* σωματίδια τα οποία δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. (α) Να γράψετε τη συνάρτηση επιμερισμού *Z* του συστήματος των *N* σωματιδίων ως συνάρτηση των ε και *T*. (β) Να βρείτε τη μέση ενέργεια του συστήματος. (γ) Να βρείτε τη μέση ενέργεια του συστήματος όταν (i) $T \to 0$, (ii) $T = \varepsilon/(k_B \ln 2)$ και $T \to \infty$. (δ) Με ποιον τρόπο κατανέμονται 3300 σωματίδια στις τρεις ενεργειακές στάθμες για τις τρεις περιπτώσεις του ερωτήματος (γ); Να αιτιολογήσετε τα αποτελέσματα των (γ) και (δ) με φυσικά επιχειρήματα.

3) Ένα θερμικά μονωμένο χάλκινο δοχείο με μάζα 1000 gram βρίσκεται σε θερμοκρασία 250 °C. Προσθέτουμε στο δοχείο 250 gram θρυμματισμένου πάγου σε θερμοκρασία -40 °C και απομονώνουμε. (α) Θα λυώσει όλος ο πάγος; Εάν ναι, ποια θα είναι η τελική θερμοκρασία του συστήματος; Εάν όχι, πόσος πάγος θα λυώσει; (β) Να υπολογίσετε την ολική μεταβολή στην εντροπία που θα επέλθει στο σύστημα.
Η ειδική θερμότητα του χαλκού είναι 0,418 Joules/(gram K), η ειδική θερμότητα του νερού είναι 4,18 Joules/(gram K)και η ειδική θερμότητα του πάγου είναι 2,13 Joules/(gram K). Για να λυώσει ένα γραμμάριο πάγου απαιτούνται 333 Joules.

4) Θεωρήστε ένα σύστημα που αποτελείται από τέσσερα πανομοιότυπα σωματίδια που ακολουθούν τη στατιστική Bose – Einstein. Κάθε ένα από τα σωματίδια μπορεί να βρίσκεται σε μία από τρεις κβαντικές καταστάσεις με αντίστοιχες ενέργειες $\varepsilon_1 = -\varepsilon$, $\varepsilon_2 = 0$, και $\varepsilon_3 = \varepsilon$, $(\varepsilon > 0)$. Το σύστημα βρίσκεται σε επαφή με δεξαμενή θερμότητας σε θερμοκρασία *T*. (α) Να βρείτε τη συνάρτηση επιμερισμού του συστήματος. (β) Να βρείτε την πιθανότητα κατάληψης της κάθε κατάστασης του συστήματος. (γ) Να υπολογίσετε τη μέση ενέργεια του συστήματος, καθώς και τις οριακές τιμές της για $T \to 0$ K και $T \to \infty$. Να περιγράψετε το σύστημα σε κάθε μία από τις δύο οριακές περιπτώσεις.

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

$$S(E,V,N) = k \ln \Omega(E,V,N), \qquad \beta \equiv \frac{1}{kT} \qquad \frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S(E,V,N)}{\partial E}\right)_{V,N} \qquad \varepsilon_i = -\vec{\mu}_i \cdot \vec{B}$$

$$Z = \sum_r \exp(-\beta E_r), \quad p_r = \frac{1}{Z}\exp(-\beta E_r) \qquad Z = \sum_{E_r} g(E_r)\, e^{-\beta E_r} \qquad p(E_r) = \frac{1}{Z} g(E_r)\, e^{-\beta E_r}$$

$$E = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}$$

$$dE = \bar{d}Q + \bar{d}W. \qquad \text{Για μονωμένο σύστημα:} \quad \Delta S \geqslant 0\,. \qquad \Delta S \equiv S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = mc\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T}$$