Εργαστηριακή άσκηση 7: Μελέτη των νόμων κίνησης με χρήση αεροτροχιάς
Ημερομηνία διεξαγωγής: 14/4/2005

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κίνηση ονομάζεται η αλλαγή της θέσης ενός αντικειμένου στο χώρο σε σχέση με κάποιο άλλο που θεωρούμε ακίνητο. Οι πρώτοι νόμοι της κίνησης διατυπώθηκαν ο 1687 από τον Άγγλο φυσικό Ισάακ Νεύτωνα (1642-1727). Επίσης, κατά την κίνηση ενός σώματος ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

Η εργαστηριακή άσκηση περιλαμβάνει δύο πειράματα και σκοπός της είναι η μελέτη του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα και της αρχής διατήρησης της μηχανικής ενέργειας κατά την κίνηση ενός σώματος σε κεκλιμένο επίπεδο. Στην άσκηση χρησιμοποιούμε βαγόνια τα οποία κινούνται πάνω σε αεροτροχιά. Με τη χρήση της αεροτροχιάς τα βαγόνια κινούνται με ελάχιστες τριβές και έτσι γίνεται πιο απλή η μελέτη πολλών κινηματικών καταστάσεων.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Πρώτο πείραμα:

Στο πρώτο πείραμα γίνεται η μελέτη του δευτέρου νόμου του Νεύτωνα, σύμφωνα με τον οποίο μια δύναμη F που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m προκαλεί σε αυτό μια επιτάχυνση a τέτοια ώστε $F=m \cdot a$. Γίνεται η μελέτη της κίνησης ενός βαγονιού, πάνω σε μια οριζοντιωμένη αεροτροχιά, το οποίο συνδέεται με ένα νήμα στην άκρη του οποίου αναρτώνται διάφορες μάζες. Η μέση ταχύτητα του βαγονιού σε δύο τυχαία σημεία Α και Β της αεροτροχιάς καθώς και ο χρόνος που χρειάζεται για να κινηθεί το βαγόνι από το ένα σημείο στο άλλο μετράται από φωτοπύλες που έχουν τοποθετηθεί στα σημεία αυτά. Το πείραμα επαναλαμβάνεται τοποθετώντας κάθε φορά διαφορετικλες μάζες στο βαγόνι και στο άγκυστρο ου νήματος. Από τις μετρήσεις και τους υπολογισμούς που έγιναν συμπληρώθηκε ο παρακάτω πίνακας:

Πίνακας 1

m(gr)	m_a(gr)	t_1(sec)	t_2(sec)	t_3(sec)	v_1(m/sec)	v_2(m/sec)	γ(m/sec^2)	$B_α$(N)
227,2	2	0,832	0,376	2,679	0,15	0,34	0,078	0,0196
217,2	12	0,316	0,145	1,026	0,40	0,87	0,499	0,1176
207,2	22	0,236	0,110	0,762	0,53	1,15	0,887	0,2156
197,2	32	0,224	0,117	0,614	0,56	1,08	0,928	0,3136
187,2	42	0,181	0,084	0,577	0,70	1,50	1,521	0,4116

Το μήκος του βαγονιού είναι ίσο με L=0,126m.
Όπου m είναι η μάζα του βαγονιού και m_a η μάζα που αναρτάται στο άγκυστρο.
Στον υπολογισμό του $B_α$ θεωρούμε ότι g=9,80m/sec^2.
Όπου t_1 και t_2 ο χρόνος που χρειάζεται το βαγόνι για να περάσει από την πρώτη και τη δεύτερη φωτοπύλη αντίστοιχα και t_3 ο χρόνος που χρειάστηκε για να διανύσει την απόσταση ΑΒ μεταξύ των δύο φωτοπυλών. Στην τρίτη, τέταρτη και πέμπτη στήλη συμπληρώνεται ο μέσος όρος των χρόνων, οι οποίοι όπως φαίνεται στον πίνακα Α της τελευταίας σελίδας μετρήθηκαν δύο φορές στο εργαστήριο. Οι ταχύτητες v_1 και

v_2 υπολογίστηκαν από τους τύπους v_1=L/ t_1 και v_2= L/ t_2 αντίστοιχα, ενώ η επιτάχυνση γ υπολογίστηκε κάθε φορά από τον τύπο: $\gamma = \frac{V_2 - V_1}{t_3} \cdot \frac{1}{1 + \frac{t_2 - t_1}{2t_3}}$.

Στο διάγραμμα 1 δίνεται η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης γ σαν συνάρτηση του βάρους B_α. Η ευθεία ε: y=α+βx είναι η καλύτερη ευθεία που περνά ανάμεσα από τα πειραματικά δεδομένα. Το τέταρτο πειραματικό σημείο έχει αγνοηθεί στη χάραξη της ευθείας γιατί παρουσιάζει μεγάλη απόκλιση από αυτήν. Είναι πολύ πιθανό να έχει γίνει κάποιο λάθος στις μετρήσεις που αντιστοιχούν στο σημείο αυτό.
Η κλίση της ευθείας είναι:

$$\frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}} = \frac{1{,}3m/\sec^2}{0{,}34N} = 3{,}82\frac{m}{N\cdot\sec^2} = 3{,}82\left(\frac{N\cdot\sec^2}{m}\right)^{-1} = 3{,}82kg^{-1} \text{ άρα } \beta=3{,}82$$

Η ευθεία ε τέμνει τον άξονα του γ στο σημείο (0, 0,04) άρα α=0,04
και η εξίσωση της ευθείας είναι y=3,82x+0,04
η τιμή του 1/β που προκύπτει από την ευθεία ε του διαγράμματος των πειραματικών δεδομένων είναι: $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{3{,}82kg^{-1}} = 0{,}262kg$

Για την εύρεση τιμής του 1/β, δηλαδή του B_α/γ που θεωρητικά αναμένεται να έχει το βαγόνι συμπληρώνεται ο παρακάτω πίνακας:

Πίνακας 2

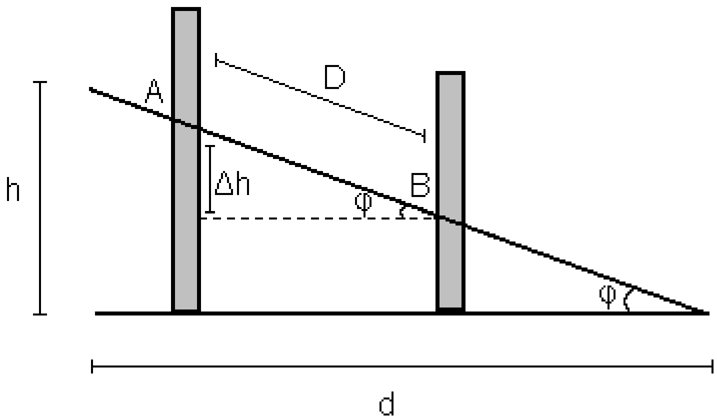
m(gr)	m_a(gr)	m+m_a(gr)	γ(m/sec^2)	B_α(N)	B_α/γ(kg)
227,2	2	229,2	0,083	0,0196	0,236
217,2	12	229,2	0,503	0,1176	0,234
207,2	22	229,2	0,922	0,2156	0,234
197,2	32	229,2	1,342	0,3136	0,234
187,2	42	229,2	1,761	0,4116	0,234

Η επιτάχυνση γ υπολογίστηκε σε κάθε περίπτωση από τον τύπο $\gamma = \frac{m_a}{m_t/2 + (m + m_a)} g$
Όπου m_t είναι η μάζα της τροχαλίας που θεωρείται ίση με 9gr.
Η μέση τιμή για το 1/β που προβλέπεται θεωρητικά είναι 0,234kg και είναι κατά 0,028kg μικρότερη από την τιμή που υπολογίστικε από τις πειραματικές μετρήσεις κυρίως λόγω σφαλμάτων στη μέτρηση των μαζών ή των χρόνων.
Αν αγνοήσουμε τη μάζα της τροχαλίας το 1/β προκύπτει ίσο με 0,229kg, που διαφέρει ελάχιστα από την τιμή που προβλέψαμε παραπάνω. Αυτό συμβαίνει γιατί η μάζα της τροχαλίας (9gr) είναι πολύ μικρότερη από το σταθερό άθροισμα των μαζών m+m_a (229,2gr). Άρα η μάζα της τροχαλίας θα μπορούσε να θεωρηθεί αμελητέα στον υπολογισμό του γ.

Δεύτερο πείραμα:

Στο δεύτερο πείραμα επαληθεύεται η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας κατά την κίνηση ενός βαγονιού σε κεκλιμένη αεροτροχιά (με την αεροτροχιά ελαχιστοποιούνται οι τριβές, άρα και οι απώλειες ενέργειας). Το βαγόνι αφήνεται να διανύσει μια απόσταση μεταξύ δύο φωτοπυλών, με τη βοήθεια των οποίων υπολογίζουμε την ταχύτητά του, και στη συνέχεια συγκρίνουμε τη μεταβολή της κινητικής του ενέργειας με τη μεταβολή της δυναμικής του ενάργειας.

Για την ανύψωση της αεροτροχιας χρησιμοποιούμε ένα ειδικό υποστήριγμα ύψους h=(2,0±0,1)cm. Η απόσταση μεταξύ των στηριγμάτων της αεροτροχιάς είναι d=(100±0,1)cm και το διάστημα AB μεταξύ των δύο φωτοπυλών κατά μήκος του οποίου κινείται το βαγόνι μετρήθηκε D=(60±0,1)cm. Τελικά έχουμε ένα κεκλιμένο επίπεδο σαν αυτό που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Για τη γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου έχουμε tanφ= $\bar{h}/\bar{d}$ =0,02 και

$$\delta\tan\varphi=\frac{\bar{h}}{\bar{d}}\sqrt{\left(\frac{\delta h}{\bar{h}}\right)^2+\left(\frac{\delta d}{\bar{d}}\right)^2}=0{,}001 \quad \text{δηλαδή} \quad \tan\varphi=0{,}0200\pm0{,}0010$$

$$\bar{\phi}=\arctan(0{,}02)=0{,}02\text{rad και } \delta\varphi=\arctan'(0{,}02)\cdot0{,}0010=\frac{1}{1+0{,}02^2}\cdot0{,}0010\approx0{,}0010$$

άρα φ=(0,0200±0,0010)rad και:

sinφ=0,02 και δsinφ=(sinφ)΄·δφ=cosφ·δφ≈0,001 άρα sinφ=0,0200±0,0010

Επίσης είναι: sinφ=Δh/D↔Δh=D·sinφ=1,2cm και

$$\delta(\Delta h)=D\cdot\sin\varphi\sqrt{\left(\frac{\delta D}{\bar{D}}\right)^2+\left(\frac{\delta(\sin\phi)}{\sin\bar{\phi}}\right)^2}\approx0{,}06\text{cm} \quad \text{άρα είναι} \quad \Delta h=(1{,}200\pm0{,}060)\text{cm}$$

Το μήκος του βαγονιού είναι L=(12,6±0,1)cm και η μάζα του (184,7±0,1)gr Αφήνουμε το βαγόνι να κινηθεί στην αεροτροχιά και με τη βοήθεια των φωτοπύλων μετράμε το χρόνο που χρειάζεται για να περάσει από τα σημεία A και B. έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση ταχύτητα του βαγονιού στα σημεία αυτά (άρα και την κινητική του ενέργεια) και τη δυναμική του ενέργεια παίρνοντας σαν επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το επίπεδο που είναι παράλληλο στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και περνά από το σημείο B (δηλαδή για ευκολία θεωρούμε ότι το βαγόνι στο Β έχει μηδενική δυναμική ενέργεια). Έτσι τώρα μπορούμε να συμπληρώσουμε τον παρακάτω πίνακα που περιλαμβάνει εργαστηριακές μετρήσεις και υπολογισμούς:

Πίνακας 3

m(gr)	t_1(sec)	t_2(sec)	V_1(m/sec)	V_2(m/sec)	E_{k1}(mJ)	E_{k2}(mJ)	Δ(mgh) (mJ)	ΔE_k
184,70 ±0,10	0,981 ±0,001	0,245 ±0,001	0,1284 ±0,0010	0,5142 ±0,0045	1,526 ±0,024	24,42 ±0,43	21,7±1,1	22,89 ±0,43
194,70 ±0,17	0,955 ±0,001	0,244 ±0,001	0,1319 ±0,0011	0,5163 ±0,0046	1,694 ±0,028	25,95 ±0,45	22,9±1,1	24,26 ±0,45
204,70 ±0,22	0,980 ±0,001	0,245 ±0,001	0,1285 ±0,0010	0,5142 ±0,0045	1,692 ±0,026	27,06 ±0,47	24,1±1,2	25,37 ±0,47
214,70 ±0,22	0,948 ±0,001	0,245 ±0,001	0,1329 ±0,0011	0,5142 ±0,0045	1,901 ±0,031	28,38 ±0,50	25,2±1,3	26,48 ±0,50
224,70 ±0,26	0,959 ±0,001	0,245 ±0,001	0,1313 ±0,0011	0,5142 ±0,0045	1,944 ±0,032	29,71 ±0,52	26,4±1,3	27,77 ±0,52

Το σφάλμα δm έχει υπολογιστεί από τη διάδοση των σφαλμάτων των μαζών όλων των σωμάτων που έχουν τοποθετηθεί στο βαγόνι (σφάλμα αθροίσματος). Το σφάλμα για την κινητική ενέργεια υπολογίστηκε σε κάθε περίπτωση από τον τύπο:

$$\delta E_\kappa = \sqrt{(m \cdot V \cdot \delta u)^2 + (\frac{1}{2} V^2 \cdot \delta m)^2}$$

για τη δυναμική ενέργεια ισχύει: Δmgh=mgΔh και το σφάλμα της δίνεται:

$$\delta(mg\Delta h) = g(\delta(m\Delta h)) = gm\Delta h \sqrt{\left(\frac{\delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\delta(\Delta h)}{\Delta h}\right)^2}$$

Στο διάγραμμα 2 δίνεται η μεταβολή ΔE_κ της κινητικής ενέργειας σαν συνάρτηση της μεταβολής ΔU της δυναμικής ενέργειας. Η ευθεία ε είναι η καλύτερη ευθεία που περνά ανάμεσα από τα πειραματικά σημεία.

Η κλίση της ευθείας ε είναι: $\frac{Y}{X} = \frac{4,95mJ}{5,24mJ} = 0,94$

Επειδή ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας θα πρέπει $\Delta E_\kappa = \Delta U$, άρα η θεωρητικά αναμενόμενη κλίση της ευθείας ε θα πρέπει να είναι 1.
Παρατηρούμε ότι η κλίση της ευθείας είναι πολύ κοντά στη θεωρητική πρόβλεψη, άρα η ενέργεια διατηρείται.