

1) Θεωρούμε ένα σύστημα που αποτελείται από ένα σωματίδιο με σπιν $\frac{1}{2}$ και με μαγνητική ροπή $2\mu_0$ το (σύστημα A), και από ένα δεύτερο σύστημα, A' , που αποτελείται από τρία σωματίδια με σπιν $\frac{1}{2}$ και με μαγνητική ροπή μ_0 το καθένα. Τα δύο συστήματα τοποθετούνται σε μαγνητικό πεδίο B . (α) Να απαριθμήσετε όλες τις προσιτές καταστάσεις του συστήματος $A^* = A + A'$. Για κάθε μία από αυτές να βρείτε την ολική μαγνήτιση και την ολική ενέργεια. (β) Τα συστήματα A και A' αρχικά δεν βρίσκονται σε επαφή. Η μαγνητική ροπή του A είναι $M = -2\mu_0$, ενώ η μαγνητική ροπή του A' είναι $M' = 3\mu_0$. Τα συστήματα έρχονται κατόπιν σε επαφή, ώστε να μπορούν να ανταλλάσσουν ενέργεια ελεύθερα, είναι απομονωμένα από το περιβάλλον και φθάνουν στην κατάσταση ισορροπίας. Να υπολογίσετε (i) τις πιθανότητες $P(M)$ και $P(M')$ για να πάρουν οι ολικές μαγνητικές ροπές των A και A' μία από τις δυνατές τους τιμές M και M' αντίστοιχως, (ii) τη μέση τιμή του M , $\langle M \rangle$ και (iii) τις τιμές της πιθανότητας $P(M)$ και της μέσης τιμής $\langle M \rangle$ στην περίπτωση που τα συστήματα χωρίζονται ξανά, ώστε να μην είναι πια ελεύθερα να ανταλλάξουν ενέργεια μεταξύ τους.

2) Θεωρούμε ένα σύστημα που αποτελείται από ένα σωματίδιο με σπιν $\frac{1}{2}$ και με μαγνητική ροπή μ_0 το (σύστημα A), και από ένα δεύτερο σύστημα, A' , που αποτελείται από έναν αυθαίρετα μεγάλο αριθμό N σωματιδίων με σπιν $\frac{1}{2}$ και με μαγνητική ροπή μ_0 το καθένα. Τα δύο συστήματα τοποθετούνται στο ίδιο μαγνητικό πεδίο B . Όταν η ροπή του A κατευθύνεται προς τα πάνω, n από τις ροπές του A' κατευθύνονται προς τα πάνω και οι υπόλοιπες $N - n$ κατευθύνονται προς τα κάτω.

(α) Να βρείτε τον αριθμό των προσιτών καταστάσεων στο σύστημα $A^* = A + A'$, όταν η ροπή του A κατευθύνεται προς τα πάνω. Αυτός ο αριθμός είναι το πλήθος των τρόπων κατά τους οποίους μπορούν να τακτοποιούνται τα N σπιν του A' , ώστε n από αυτά να κατευθύνονται προς τα πάνω και n' από αυτά να κατευθύνονται προς τα κάτω. (β) Υποθέτουμε τώρα ότι η ροπή του συστήματος A κατευθύνεται προς τα κάτω. Η ολική ενέργεια του A^* παραμένει αμετάβλητη. Πόσες από τις ροπές του συστήματος A κατευθύνονται προς τα πάνω και πόσες κατευθύνονται προς τα κάτω; Να βρείτε αντίστοιχα τον αριθμό των προσιτών καταστάσεων για το σύστημα A^* . (γ) Να υπολογίσετε το λόγο P/P_+ , όπου P είναι η πιθανότητα για να κατευθύνεται η ροπή του A προς τα κάτω και P_+ είναι η πιθανότητα για να κατευθύνεται η ροπή του A προς τα πάνω. Το αποτέλεσμα απλοποιείται αν θεωρήσουμε ότι $n \gg 1$ και $n' \gg 1$. Αν $n > n'$, ο λόγος P/P_+ είναι μεγαλύτερος από τη μονάδα;

3) (α) Για ένα στατιστικό σύνολο κλασικών μονοδιάστατων αρμονικών ταλαντωτών, η μετατόπιση ενός ταλαντωτή είναι $x = A \cos(\omega t + \phi)$. Να υποθέσετε ότι η γωνία ϕ μπορεί να πάρει κάθε τιμή $0 < \phi < 2\pi$ με ίση πιθανότητα: $w(\phi)d\phi = (2\pi)^{-1} d\phi$. Για κάθε χρονική στιγμή t , να υπολογίσετε την πιθανότητα $P(x) dx$ να βρεθεί ένας ταλαντωτής μεταξύ των τιμών x και $x + dx$. Να εκφράσετε το $P(x)$ συναρτήσει των A και x .

(β) Θεωρήστε τον κλασικό χώρο των φάσεων για ένα τέτοιο στατιστικό σύνολο με ενέργειες μεταξύ E και $E + \delta E$. Να βρείτε το $P(x)dx$ υπολογίζοντας το λόγο του «όγκου» στον χώρο των φάσεων που βρίσκεται σ' αυτό το εύρος ενεργειακών τιμών και μεταξύ των τιμών x και $x + dx$ ως προς τον ολικό «όγκο» στον χώρο των φάσεων στο εύρος ενεργειακών τιμών μεταξύ E και $E + \delta E$. Να εκφράσετε το $P(x)$ συναρτήσει των E και x .

(γ) Να δείξετε ότι τα αποτελέσματα από το (α) και το (β) είναι ίδια.