ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

Ισως σας χρειαστούν:

- Σχέση ηλεκτρικού πεδίου **E** και βαθμωτού δυναμικού Φ:

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi\,, \tag{1}$$

- Λύση εξίσωσης Laplace σε σφαιρικές συντεταγμένες με αξονική συμμετρία:

$$\Phi(r,\theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty}\left(A_\ell r^\ell + \frac{B_\ell}{r^{\ell+1}}\right)P_\ell(\cos\theta) \tag{2}$$

- Μερικά πολυώνυμα Legendre ($x = cos\theta$)

$$\begin{aligned} P_0(x) &= 1\,,\\ P_1(x) &= x\,,\\ P_2(x) &= \frac{1}{2}(3x^2-1)\\ P_3(x) &= \frac{1}{2}(5x^3-3x)\\ P_4(x) &= \frac{1}{8}(35x^4-30x^2+3)\,. \end{aligned} \tag{3}$$

- Επίσης

$$P_\ell(1) = 1, \quad P_\ell(-1) = (-1)^\ell \qquad \ell = 0,1,2,\ldots \tag{4}$$

- Τα πολυώνυμα Legendre αποτελούν πλήρες ορθοκανονικό σύστημα στο διάστημα $-1 \le x \le 1$. Έτσι, συναρτήσεις $f(x)$ ορισμένες σε αυτό το διάστημα, μπορούν να γραφούν σαν

$$f(x) = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell P_\ell(x)\,, \quad A_\ell = \frac{2\ell+1}{2}\int_{-1}^{1} f(x)P_\ell(x)dx \tag{5}$$

- Διανυσματικό δυναμικό λόγω πυκνότητας ρεύματος **J**, στην βαθμίδα Coulomb

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}d^3\mathbf{x}'\,, \tag{6}$$

- Διανυσματικό δυναμικό ρευματοφόρου αγωγού που διαρέεται από ρεύμα I, στην βαθμίδα Coulomb

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I d\mathbf{l}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}\,, \tag{7}$$

- Μαγνητικό πεδίο

$$\mathbf{B} = \nabla\times\mathbf{A}\,, \tag{8}$$

Μαθηματικές σχέσεις που ίσως χρειαστούν:

1.
$$\int_0^L \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx = \frac{L}{2}\,\delta_{mn}\,, \quad m,n = 1,2,3,.... \tag{9}$$

2.
$$\frac{1}{(1+x)^a} = 1-ax+\frac{1}{2}a(a+1)x^2-\frac{1}{6}a\left(a^2+3a+2\right)x^3+\frac{1}{24}a\left(a^3+6a^2+11a+6\right)x^4+O\left(x^5\right) \tag{10}$$