

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ II

²⁵
Θέμα I. (α) Δώστε τη σχέση της χωρικής πυκνότητας ρ_A και της επιφανειακής πυκνότητας σ_A των δέσμιων φορτίων με την πόλωση P .

(β) Ξεκινώντας από το δυναμικό ενός στοιχειώδους διπόλου να εκφράσετε το δυναμικό της πολωμένης ύλης σαν συνάρτηση των δέσμιων φορτίων ρ_A και σ_A .

Δίνεται: $V_{\text{δίπολου}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{R} \cdot \vec{p}}{R^2}$ σε απόσταση R από το στοιχειώδες δίπολο p .

(γ) Αποδείξτε ότι το συνολικό δέσμιο φορτίο είναι μηδέν.

²⁵
Θέμα II. Θεωρήστε σφαίρα ακτίνας R με ηλεκτρική διαπερατότητα ϵ , στην επιφάνεια της οποίας υπάρχει επιφανειακή πυκνότητα φορτίου

$$\sigma = \sigma_0 (\cos^2\theta + \cos\theta - 1/3)$$

(α) Να βρεθεί το δυναμικό μέσα και έξω από την σφαίρα.

³⁰
Θέμα III. Επίπεδη πλάκα πάχους L (κατά τον άξονα z) που εκτείνεται μέχρι το άπειρο στο επίπεδο (x,y) διαρέεται από ρεύμα με σταθερή πυκνότητα J στην κατεύθυνση x .

α) Βρείτε το μαγνητικό πεδίο B και στις τρεις περιοχές του χώρου.

β) Αποδείξτε την διαφορική εξίσωση $\nabla^2 A = -\mu_0 J$ μεταξύ διανυσματικού δυναμικού A και ρεύματος J με την συνθήκη βαθμίδας $\nabla \cdot A = 0$.

γ) Να βρείτε το διανυσματικό δυναμικό A και στις τρεις περιοχές του χώρου. Υπόδειξη, χρησιμοποιήστε την σχέση ορισμού του $B = \nabla \times A$.

³⁰
Θέμα IV. (α) Αποδείξτε τις σχέσεις που συνδέουν τα δυναμικά (V,A) με το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο. (β) Αποδείξτε την διαφορική εξίσωση κύματος για το δυναμικό Coulomb στην βαθμίδα Lorentz:

$$\nabla^2 V - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

(γ) Επιφάνεια που φέρει επιφανειακό φορτίο σ και επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος K χωρίζει δύο υλικά με ηλεκτρική και μαγνητική διαπερατότητα (ϵ_1, μ_1) και (ϵ_2, μ_2) αντίστοιχα. Βρείτε την σχέση μεταξύ των ηλεκτρικών και των μαγνητικών πεδίων από την μία και από την άλλη πλευρά της συνοριακής επιφάνειας.

Μερικά από τα πολυώνυμα Legendre: $P_0(x) = 1, \quad P_1(x) = x,$
 $P_2(x) = 1/2 (3x^2 - 1), \dots$

Σχέση ορθογωνιότητας: $\int_0^\pi P_l(\cos\theta) P_k(\cos\theta) \sin\theta d\theta = \frac{2\delta_{lk}}{2l+1}$

$$\nabla \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3},$$

Διάρκεια εξέτασης 2 ½ ώρες. Με κλειστά βιβλία. Επιτρέπονται μόνο οι φωτοτυπίες των τεσσάρων πρώτων σελίδων του βιβλίου.