

**Ηλεκτρομαγνητισμός II**

**Θέμα I.** (Μον. 25) Δύο άπειρες γειωμένες μεταλλικές πλάκες εκτείνονται παράλληλα στο επίπεδο  $(x,z)$ , η μία στη θέση  $y=0$  και η άλλη στη θέση  $y=b$ . Στην θέση  $x=0$  έχουμε μία λεπτή μονωτική ταινία ύψους  $b$  και απείρου μήκους (κατά μήκος του άξονα των  $z$ ) φορτισμένη με σταθερή επιφανειακή πυκνότητα φορτίου  $\sigma$ . Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο στον χώρο.

**Θέμα II.** (Μον. 30) Ένας κύλινδρος ακτίνας  $R$  και απείρου μήκους, που εκτείνεται κατά μήκος του άξονα  $z$ , έχει μαγνήτιση  $\vec{M}(r,\phi,z) = \kappa r^2 \hat{\phi}$ , όπου  $\kappa > 0$  μία σταθερά,  $r$  η κάθετη απόσταση από τον άξονα του κυλίνδρου και  $\hat{\phi}$  το μοναδιαίο «εφαπτομενικό» διάνυσμα (κατά την περιστροφή περί τον άξονα  $z$ ). (α) Βρείτε όλα τα δέσμια ρεύματα. (β) Βρείτε το μαγνητικό πεδίο εντός και εκτός του κυλίνδρου. (γ) Υπολογίστε το διανυσματικό δυναμικό.

**Θέμα III.** (Μον. 25) (α) Δώστε τον ορισμό της χωρικής πυκνότητας  $\rho_d$  και της επιφανειακής πυκνότητας  $\sigma_d$  των δέσμιων φορτίων λόγω πόλωσης  $P$ .

(β) Ξεκινώντας από το δυναμικό ενός στοιχειώδους διπόλου να εκφράσετε το δυναμικό της πολωμένης ύλης σαν συνάρτηση των δέσμιων φορτίων  $\rho_d$  και  $\sigma_d$ .

Δίνεται:  $V_{\text{διπόλου}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{R} \cdot \vec{p}}{R^2}$  σε απόσταση  $R$  από το στοιχειώδες δίπολο  $p$ .

(γ) Αποδείξτε ότι το συνολικό δέσμιο φορτίο είναι μηδέν.

**Θέμα IV.** (Μον. 30) (α) Αποδείξτε τις σχέσεις που συνδέουν τα δυναμικά  $(V, \vec{A})$  με το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο. (β) Αποδείξτε την διαφορική εξίσωση κύματος για το δυναμικό Coulomb στην βαθμίδα Lorentz:

$$\nabla^2 V - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

(γ) Δίνονται τα δυναμικά  $(V, \vec{A})$  για μια κατανομή ρευμάτων και φορτίων, όπου  $V=0$  και

$$\vec{A} = \begin{cases} \frac{\mu_0 k}{4c} (ct - |x|) \hat{z}, & |x| < ct \\ 0, & |x| > ct \end{cases}$$

(i) Βρείτε το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο. (ii) Βρείτε τις κατανομές φορτίου και ρεύματος που τα δημιούργησαν.

Μερικές χρήσιμες σχέσεις:  $\int_0^L \sin\left(\frac{k\pi}{L}x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right) dx = \frac{L}{2} \delta_{k,m}$ ,

$$\nabla \cdot \left( \frac{\vec{r}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) = \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

Διάρκεια εξέτασης 2 ½ ώρες. Με κλειστά βιβλία. Επιτρέπονται μόνο οι φωτοτυπίες των τεσσάρων πρώτων σελίδων του βιβλίου. Αριστα το 100.