

Ε.Μ. ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΤΟΜΕΑΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Όνοματεπώνυμο:

1^η Σειρά Ασκήσεων στην Μηχανική του Συνεχούς Μέσου

Άσκηση 1: Να προσδιορισθεί η τιμή των ακόλουθων εκφράσεων που περιέχουν το δέλτα Kronecker: $\delta_{ik}u_k$, $\delta_{ij}\delta_{ij}$, $\delta_{ij}\delta_{ik}\delta_{jk}$, $\delta_{ij}\delta_{jk}$, και $\delta_{ij}A_{ik}$.

Άσκηση 2: Να προσδιορισθεί η τιμή των ακόλουθων εκφράσεων που περιέχουν το σύμβολο εναλλαγής: $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{kij}$, και $\varepsilon_{ijk}a_ja_k$.

Άσκηση 3: Ναδειχθεί ότι ο τανυστής $B_{ik} = \varepsilon_{ijk}a_j$ είναι αντι-συμμετρικός.

Άσκηση 4: Να προσδιορισθεί η τιμή της εκφράσεως $A_{ij}B_{ij}$, όταν ο τανυστής A_{ij} είναι συμμετρικός και ο τανυστής B_{ij} είναι αντι-συμμετρικός.

Άσκηση 5: Εάν A_{ij} είναι Καρτεσιανός τανυστής 2ας τάξεως, ναδειχθεί ότι η παράγωγός του ως προς x_k , ήτοι η ποσότητα $A_{ij,k}$, είναι Καρτεσιανός τανυστής 3ης τάξεως.

Άσκηση 6 (Θεώρημα): Ναδειχθεί ότι, εάν όλες οι συνιστώσες ενός Καρτεσιανού τανυστή μηδενίζονται σε ένα σύστημα συντεταγμένων, τότε αυτές μηδενίζονται και σε κάθε άλλο Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

Άσκηση 7 (Θεώρημα): Το άθροισμα ή η διαφορά δύο Καρτεσιανών τανυστών της ίδιας τάξης είναι πάλι τανυστής της ίδιας τάξης.

Άσκηση 8 (Θεώρημα): Έστω $A_{a_1\dots a_n}$ και $B_{a_1\dots a_n}$ Καρτεσιανοί τανυστές. Ναδειχθεί τότε ότι εάν η εξίσωση $A_{a_1\dots a_n}(x_1, x_2, x_3) = B_{a_1\dots a_n}(x_1, x_2, x_3)$ ισχύει σε ένα Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων ισχύει και σε κάθε άλλο Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

Άσκηση 9 :

$$\text{Ν.Α.Ο.} \iiint_V \frac{\partial A_{ijkl\dots}}{\partial x_i} dV = \iint_S A_{ijkl\dots} n_i dS$$

$$\iiint_V (A_{ijkl\dots})_{,i} dV = \iint_S A_{ijkl\dots} n_i dS$$