

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Διδάσκων: Κ. Παρασκευαΐδης

Διάρκεια 2 ½ ώρες

17/5/2007

1) Θεωρούμε ένα σύστημα που αποτελείται από δύο σωματίδια με σπιν $\frac{1}{2}$ και με μαγνητική ροπή μ_0 το (σύστημα A), και από ένα δεύτερο σύστημα, A' , που αποτελείται από δύο σωματίδια με σπιν $\frac{1}{2}$ και με μαγνητική ροπή $2\mu_0$ το καθένα. Τα δύο συστήματα τοποθετούνται σε μαγνητικό πεδίο B . (α) Να απαριθμήσετε όλες τις προσιτές καταστάσεις του συστήματος $A^* = A + A'$. Για κάθε μία από αυτές να βρείτε την ολική μαγνήτιση και την ολική ενέργεια. (β) Τα συστήματα A και A' αρχικά δεν βρίσκονται σε επαφή. Η μαγνητική ροπή του A είναι $M = -2\mu_0$, ενώ η μαγνητική ροπή του A' είναι $M' = 4\mu_0$. Τα συστήματα έρχονται κατόπιν σε επαφή, ώστε να μπορούν να ανταλλάσσουν ενέργεια ελεύθερα, είναι απομονωμένα από το περιβάλλον και φθάνουν στην κατάσταση ισορροπίας. Να υπολογίσετε (i) τις πιθανότητες $P(M)$ και $P(M')$ για να πάρουν οι ολικές μαγνητικές ροπές των A και A' μία από τις δυνατές τους τιμές M και M' αντιστοίχως, (ii) τη μέση τιμή του M , $\langle M \rangle$ και (iii) τις τιμές της πιθανότητας $P(M)$ και της μέσης τιμής $\langle M \rangle$ στην περίπτωση που τα συστήματα χωρίζονται ξανά, ώστε να μην είναι πια ελεύθερα να ανταλλάξουν ενέργεια μεταξύ τους.

2) Ένα θερμικά μονωμένο χάλκινο δοχείο με μάζα 1000 gram βρίσκεται σε θερμοκρασία 0°C . Προσθέτουμε στο δοχείο 10 gram υδρατμών σε θερμοκρασία 100°C και απομονώνουμε. (α) Σε ποια θερμοκρασία, T_B , θα φτάσει το σύστημα H_2O – χάλκινου δοχείου; (β) Να υπολογίσετε την ολική μεταβολή στην εντροπία που θα επέλθει στο σύστημα.

Η ειδική θερμότητα του χαλκού είναι $0,418 \text{ Joules}/(\text{gram K})$ και η ειδική θερμότητα του νερού είναι $4,18 \text{ Joules}/(\text{gram K})$. Για να υγροποιηθεί ένα γραμμάριο υδρατμών απαιτούνται 2259 Joules . (100°C)

3) Θεωρούμε ένα σύστημα που απαρτίζεται από ζεύγος δύο ατόμων A και B με μαγνητικές ροπές $\vec{\mu}_A$ και $\vec{\mu}_B$ αντιστοίχως. Αυτές οι μαγνητικές ροπές μπορούν να έχουν δύο δυνατούς προσανατολισμούς. (Όταν υπάρχει εξωτερικό μαγνητικό πεδίο η κάθε μαγνητική ροπή θα είναι παράλληλη ή αντιπαράλληλη σε αυτό.). Τα δύο άτομα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Η ενέργεια αλληλεπίδρασης είναι $\lambda \vec{\mu}_A \cdot \vec{\mu}_B$, όπου $\lambda > 0$.

Οι δύο μαγνητικές ροπές έχουν το ίδιο μέτρο: $|\vec{\mu}_A| = |\vec{\mu}_B| = \mu_0$.

Το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία σε θερμοκρασία T και σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B \hat{y}$. Για την περίπτωση αυτή:

(α) Να υπολογίσετε την ενέργεια του συστήματος για κάθε μία από τις δυνατές καταστάσεις.

(β) Να βρείτε τη συνάρτηση επιμερισμού του συστήματος.

(γ) Να υπολογίσετε τη μέση ενέργεια του συστήματος.

(δ) Για την περίπτωση που έχουμε 1000 ζεύγη τα οποία δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, να περιγράψετε με ποιον τρόπο κατανέμονται όταν $T \rightarrow 0 \text{ K}$, για τις περιπτώσεις (i) $\vec{B} = 0$ και (ii) $B = (3/2)\mu_0$. Να σχολιάσετε τα αποτελέσματα που θα προκύψουν.

4) Θεωρήστε ένα σύστημα που αποτελείται από τρία πανομοιότυπα σωματίδια που ακολουθούν τη στατιστική Bose – Einstein. Κάθε ένα από τα σωματίδια μπορεί να βρίσκεται σε μία από δύο κβαντικές καταστάσεις με αντίστοιχες ενέργειες $\epsilon_1 = -\epsilon$, $\epsilon_2 = \epsilon$, ($\epsilon > 0$). Το σύστημα βρίσκεται σε επαφή με δεξαμενή θερμότητας σε θερμοκρασία T . (α) Να βρείτε τη συνάρτηση επιμερισμού (β) Να βρείτε την πιθανότητα κατάληψης της κάθε κατάστασης του συστήματος. (γ) Να υπολογίσετε τη μέση ενέργεια του συστήματος, καθώς και τις οριακές τιμές της για $T \rightarrow 0 \text{ K}$ και $T \rightarrow \infty$. Να περιγράψετε το σύστημα σε κάθε μία από τις δύο οριακές περιπτώσεις. (δ) Πώς θα απαντούσατε στο ερώτημα (α) εάν τα πανομοιότυπα σωματίδια ήταν ηλεκτρόνια;

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

ΜΠΟΡΕΙΤΕ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΕΤΕ ΤΟ ΒΙΒΛΙΟ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ ΤΟΥ F. MANDL
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ