

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών.
Εξεταστική περίοδος Ιουνίου 2010 για τους τελειόφοιτους.
Διδάσκων Κ.Φαράκος.

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ II

Θέμα I. Ένας μεταλλικός ορθογώνιος σωλήνας απείρου μήκους, που εκτείνεται παράλληλα με τον άξονα z , έχει δύο γειωμένες πλευρές, στο $x=0$ και στο $y=0$. Η τρίτη πλευρά για $x=a$ διατηρείται σε σταθερό δυναμικό V_0 και η τέταρτη για $y=a$ σε δυναμικό επίσης V_0 . (α) Να βρείτε το δυναμικό μέσα στον σωλήνα. (β) Βρείτε την επιφανειακή πυκνότητα του ηλεκτρικού φορτίου και στις τέσσερις πλευρές του σωλήνα.

Θέμα II. (1) Επιφάνεια που φέρει επιφανειακό φορτίο σ χωρίζει δύο υλικά με ηλεκτρική διαπερατότητα ϵ_1 και ϵ_2 αντίστοιχα. Βρείτε την σχέση μεταξύ των ηλεκτρικών πεδίων από την μία και από την άλλη πλευρά της συνοριακής επιφάνειας. (2) Θεωρήστε σφαίρα ακτίνας R με ηλεκτρική διαπερατότητα ϵ , στην επιφάνεια της οποίας υπάρχει επιφανειακή πυκνότητα φορτίου

$$\sigma = \sigma_0 (\cos^2\theta + \cos\theta - 1/3)$$

(α) Να βρεθεί το δυναμικό μέσα και έξω από την σφαίρα.
(β) Βρείτε την πόλωση της σφαίρας και τα δέσμια φορτία.

Θέμα III. Κυλινδρικός αγωγός ακτίνας a και απείρου μήκους διαρρέεται από ρεύμα, με πυκνότητα ρεύματος $\vec{J} = \frac{2I_0}{\pi a^2} (1 - \frac{r^2}{a^2}) \hat{z}$. Ο άξονας των z συμπίπτει με τον άξονα του αγωγού. (α) Βρείτε το συνολικό ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό. (β) Βρείτε το μαγνητικό πεδίο στον χώρο. (γ) Βρείτε το διανυσματικό δυναμικό.

Θέμα IV. Ομογενές μαγνητικό πεδίο \mathbf{B}_0 με κατεύθυνση τον άξονα των z υπάρχει σε μία κυλινδρική περιοχή του χώρου με ακτίνα a . Φορτίο με γραμμική πυκνότητα λ έχει προσκολληθεί στην περιφέρεια μη αγωγίμου οριζόντιου τροχού ακτίνας R και μάζας m ομόκεντρου με τον άξονα του μαγνητικού πεδίου ($a > R$). (α) Εάν το μαγνητικό πεδίο ελαττώνεται με σταθερό ρυθμό ίσο με k , υπολογίστε το ηλεκτρικό πεδίο παντού στον χώρο. (β) Τι θα συμβεί στον φορτισμένο τροχό; Πόση στροφορμή αποκτά τελικά ο τροχός; (γ) Που ήταν αυτή η στροφορμή κρυμμένη; (δ) Βρείτε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται δευτερογενώς από το επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο.

Μερικές χρήσιμες σχέσεις: $\int_0^L \sin\left(\frac{k\pi}{L}x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{L}x\right) dx = \frac{L}{2} \delta_{k,m}$,

Μερικά από τα πολυώνυμα Legendre: $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$,
 $P_2(x) = 1/2 (3x^2 - 1)$, $P_3(x) = 1/2 (5x^3 - 3x)$

Σχέση ορθογωνιότητας: $\int_0^\pi P_\ell(\cos\theta) P_k(\cos\theta) \sin\theta d\theta = \frac{2\delta_{\ell k}}{2\ell + 1}$

Διάρκεια εξέτασης 2 ½ ώρες. Με κλειστά βιβλία. Επιτρέπονται μόνο οι φωτοτυπίες των τεσσάρων πρώτων σελίδων του βιβλίου.