



Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών
Επιστημών
**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ
ΑΝΑΛΥΣΗ I**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

1. (α) Έστω A, B δύο μη κενά υποσύνολα των πραγματικών αριθμών με $A \subseteq B$ και B άνω φραγμένο. Υποθέτουμε ότι για κάθε $\beta \in B$ υπάρχει $\alpha \in A$ τέτοιο, ώστε $\beta \leq \alpha$. Δείξτε ότι $\text{sup}A = \text{sup}B$,

(β) Δείξτε ότι η ακολουθία που ορίζεται από τον αναδρομικό τύπο

$$\alpha_{v+1} = \alpha_v + \frac{1}{\alpha_v^2}, \quad v \in \mathbb{N}, \alpha_1 = 1$$

δεν είναι φραγμένη.

2. (α) Να εξεταστούν ως προς τη σύγκλιση οι σειρές:

$$(i) \sum_{v=1}^{+\infty} \frac{\nu!}{3 \cdot 7 \cdots (4\nu-1)}, \quad (ii) \sum_{v=1}^{+\infty} (-1)^v \frac{\nu^3}{\nu^7 + 1}.$$

(β) Να βρεθούν οι αντίστροφες συναρτήσεις των υπερβολικών συναρτήσεων $y = \sinh x$, $y = \tanh x$ και οι παράγωγοι αυτών.

3. (α) Να υπολογιστούν τα αόριστα ολοκληρώματα

$$(i) \int \tan^3 x \, dx, \quad (ii) \int x 2^{-x} \, dx.$$

(β) Να βρεθεί ο αναγωγικός τύπος υπολογισμού του ολοκληρώματος

$$I_v = \int x^v \cos x \, dx, \quad v \in \mathbb{N}.$$

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ 2,5 ΩΡΕΣ
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ