



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Κανονική εξέταση στο μάθημα

ΦΥΣΙΚΗ Ι

24 Μαΐου 2007

Διδάσκοντες: Α. Απέκης, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες

Απαντήστε σε όλα τα θέματα

Τα θέματα είναι ισοδύναμα

Θέμα 1. Ένα σκάφος μάζας m κινείται κατά μήκος του άξονα των x με ταχύτητα $\vec{v}_0 = v_0 \hat{x}$ ($v_0 > 0$) και βρίσκεται στο σημείο $x=0$ όταν τη χρονική στιγμή $t=0$ σβήνεται η μηχανή του. Το νερό ασκεί στο σκάφος δύναμη τριβής $\vec{F} = -b\vec{v}$ ($b > 0$), όπου \vec{v} η ταχύτητα του σκάφους.

- Να βρεθεί η ταχύτητα του σκάφους συναρτήσει του χρόνου ($t > 0$). Για ποια τιμή του t θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σκάφους;
- Να βρεθεί η θέση του σκάφους συναρτήσει του χρόνου ($t > 0$). Ποια απόσταση θα διανύσει το σκάφος μέχρι να σταματήσει;
- Να υπολογιστεί το συνολικό έργο της δύναμης τριβής και ναδειχθεί ότι είναι ίσο με την αρχική κινητική ενέργεια του σκάφους.

Θέμα 2. Ένα σωματίδιο μάζας $m=1$ kg κινείται κατά μήκος του άξονα των x . Η δυναμική ενέργεια του σωματιδίου, συναρτήσει της θέσης του, δίνεται από τη συνάρτηση:

$$U(x) = x^2(2-x), \quad (-\infty < x < \infty), \quad (\text{σε μονάδες SI}).$$

- Σχεδιάστε τη συνάρτηση $U(x)$, αναδεικνύοντας μόνο τα κύρια χαρακτηριστικά της.
- Βρείτε τη δύναμη $F_x(x)$ του πεδίου. Βρείτε τα σημεία ισορροπίας του σώματος, εξηγώντας για το καθένα αν είναι σημείο ευσταθούς ή ασταθούς ισορροπίας.
- Ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα με την οποία πρέπει να εκτοξευθεί το σωματίδιο από τη θέση $x=0$ για να απομακρυνθεί στο άπειρο;
- Διατυπώστε την εξίσωση κίνησης του σώματος. Δείξτε ότι για μικρές μετατοπίσεις ($x \ll 1$) από το σημείο $x=0$, η κίνηση του σώματος είναι, προσεγγιστικά, απλή αρμονική και βρείτε την κυκλική συχνότητά της, ω .

Θέμα 3. Λεπτή ράβδος μήκους l και μάζας m , ομοιόμορφα κατανεμημένης, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές περί οριζόντιο σταθερό άξονα κάθετο στη ράβδο, ο οποίος περνά από το ένα άκρο της O . Αρχικά η ράβδος ηρεμεί σε κατακόρυφη θέση, με το κέντρο της κάτω από τον άξονα περιστροφής. Τη στιγμή $t=0$, σημειακή μάζα m , η οποία κινείται με οριζόντια ταχύτητα v , προσκρούει στη ράβδο και ενσωματώνεται στο κέντρο της. Η ταχύτητα της σημειακής μάζας είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζουν ο άξονας περιστροφής και η ράβδος.

- Εξηγήστε γιατί η στροφορμή του συστήματος γύρω από τον άξονα O παραμένει σταθερή, στιγμιαία, κατά τη διάρκεια της κρούσης.
- Να βρεθεί η στροφορμή L του συστήματος ράβδος-σημειακή μάζα ως προς τον άξονα O , πριν την κρούση, και η γωνιακή ταχύτητα, ω_0 , της ράβδου αμέσως μετά την κρούση.
- Να βρεθεί η μέγιστη γωνιακή απόκλιση της ράβδου. Ποια είναι η ελάχιστη τιμή της ταχύτητας v για να εκτελέσει η ράβδος πλήρη περιστροφή;

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα O είναι: $I_O = \frac{1}{3}ml^2$.

⇒⇒⇒

Θέμα 4 (Σχετικότητα). Ένα σωματίδιο S, που έχει μάζα ηρεμίας M , είναι ακίνητο στο σύστημα αναφοράς του Εργαστηρίου. Το σωματίδιο διασπάται σε ένα σωματίδιο S' με μάζα ηρεμίας $M/2$ και σε ένα φωτόνιο. Να βρείτε:

- (α) Την ταχύτητα του παραγόμενου σωματιδίου στο σύστημα αναφοράς του Εργαστηρίου.
 (β) Την ενέργεια του φωτονίου,
 (i) στο σύστημα αναφοράς του Εργαστηρίου, E_p , και
 (ii) στο σύστημα αναφοράς του παραγόμενου σωματιδίου, E'_p .

Γενικό Τυπολόγιο

$$\vec{L} = M \vec{r} \times \vec{v} \quad \vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

Σχετικιστική Κινηματική:

Αν ένα σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα $V \hat{x}$ ως προς ένα σύστημα αναφοράς S, και οι άξονες των δύο συστημάτων συμπίπτουν όταν $t = t' = 0$, τότε:

$$x' = \gamma(x - Vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \quad \beta = \frac{V}{c} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\Delta t = \Delta t_0 / \gamma \quad \Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}, \quad v'_y = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)}, \quad v'_z = \frac{v_z}{\gamma\left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)}$$

Σχετικιστική Δυναμική:

$$m_0 = m(0) \quad m = m(v) = \gamma m_0 \quad p = \gamma m_0 v \quad E = \gamma m_0 c^2 \quad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

Μετασχηματισμός ορμής-ενέργειας:

$$p'_x = \gamma\left(p_x - \frac{\beta E}{c}\right) \quad p'_y = p_y \quad p'_z = p_z \quad E' = \gamma(E - c\beta p_x)$$

Για φωτόνια: $E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad E = pc$