

Πρόβλημα 1: Έστω $S = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ και F τὸ διανυσματικό πεδίο $F(x,y) = -\frac{y}{x^2+y^2}i + \frac{x}{x^2+y^2}j$

Έξετάστε ότι F εἶναι πεδίο κλίσεων

Πρόβλημα 2: Έστω S τὸ τρίγωνο που περικλείεται ἀπό τοὺς δύο άξονες καὶ τη γραμή $x+y=2$. Υπολογίστε τὸ $\iint_S e^{\frac{y-x}{x+y}} dx dy$

Πρόβλημα 3: Έστω $f: [a,b] \times [c,d] \rightarrow \mathbb{R}$ συνεχής καὶ $\frac{\partial f}{\partial y}$ ὑπόρχει καὶ είναι συνεχής στο $[a,b] \times [c,d]$. Θέτουμε $F(y) = \int_a^b f(x,y) dx$. Δείχτε ότι F εἶναι πορθμεύειμι καὶ $F'(y) = \int_a^b \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} dx$.

Πρόβλημα 4: Βρείτε τὸ σύγκος: (a) Του κώνου μὲ βάση κύκλο στρινός r , στο xy -έπιπεδο καὶ ὕψος h_0 , καὶ (b) του $A = \{(x,y,z) : x^2+y^2+z^2 < 1 \text{ καὶ } z < \frac{1}{2}\}$.

Πρόβλημα 5: Υπολογίστε τὸ έλοκληρώμα $\int_0^5 \int_0^1 (x^4-y^4) dx dy$

Πρόβλημα 6: Υπολογίστε τὸ $\oint_C xy^2 dx - x^2 dy$ ὅπου $C = \{f(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y^2, 2x-1 \leq y^2\}$.

Πρόβλημα 7: Βρείτε τὴν ροή του διανυσματικοῦ πεδίου $\tilde{F}(x,y,z) = x^3i + y^3j + z^3k$ διαμετρὸς του στερεοῦ πονημένου περικλείεται ἀπό τὸ πυρισφαῖρο $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$ καὶ το xy -έπιπεδο.

Πρόβλημα 8: Άντε $F = 2zi + 3xj + 5yk$ καὶ S τὸ κομμάτι του παραβολοειδῶν $z = 4 - x^2 - y^2$ για $x \geq 0$, έξετάστε ότι ισχύει τὸ θεώρημα του Stokes οὐρανίζοντας τὰ δύο έλοκληρώματα.

Πρόβλημα 9: Βρείτε τὸ έμβολόν του χωρίου μεταξύ της παραβολῆς $y = \frac{x^2}{2}$ καὶ της γραμμῆς $y = 2x$.

Πρόβλημα 10: Υπολογίστε τὸ έλοκληρώμα $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{z^2 \sqrt{x^2+y^2+z^2}} dz dy dx$.