Στροφορμή

- Στην Κβαντομηχανική δεν μπορούμε να γνωρίζουμε τα πάντα για την στροφορμή $\vec{J}$ ενός σωματιδίου σε κάποια χρονική στιγμή. Μπορούμε να γνωρίζουμε συγχρόνως μόνο τα J^2 και J_z με ιδιοτιμές

$$J^2\psi = [\ j(j+1)\ \hbar^2\ ]\ \psi$$

$$J_z\psi = (m_j\ \hbar)\ \psi$$

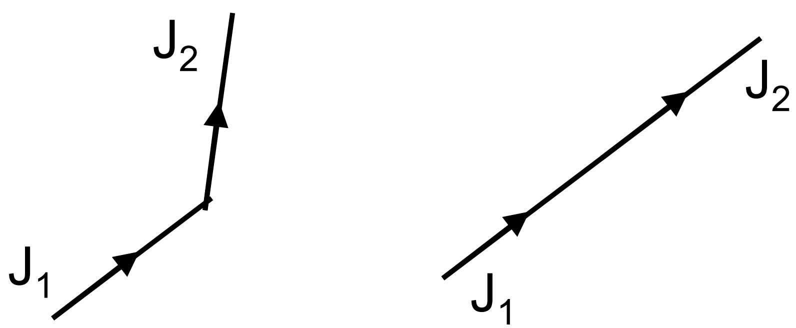
- αυτός ο φορμαλισμός ισχύει και για την τροχιακή στροφορμή $\vec{L}$ και την ιδιοστροφορμή (spin) $\vec{S}$

Πρόσθεση Στροφορμής

$$\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$$

- από τη στιγμή που δεν γνωρίζουμε την κάθε συντεταγμένη των $\mathbf{J_1}$ και $\mathbf{J_2}$ το μόνο που μπορούμε να πούμε για το $\mathbf{J}$ είναι ότι

$$m=m_1+m_2 \quad \text{και} \quad |j_1 - j_2| \leq j \leq |j_1 + j_2|$$



- αν γνωρίζουμε το $\mathbf{J}$ με δεδομένα τα j_1 και j_2 θέλουμε να καθορίσουμε τα m_1 και m_2 έχουμε τους περιορισμούς

$$m_1+m_2=m \ , \ |m_1| \leq j_1 \ , \quad |m_2| \leq j_2$$

Συντελεστές Clebsch-Gordan

$$|j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{(j_1+j_2)} C_{m\ m_1\ m_2}^{j\ j_1\ j_2} |jm\rangle, \quad \text{όπου} \quad m = m_1 + m_2$$

συντελεστές Clebsch-Gordan

$$\begin{aligned} C_{m\ m_1\ m_2}^{j\ j_1\ j_2} \quad = \quad & \delta_{m_1+m_2,m}\sqrt{(j+m)!(j-m)!(2j+1)} \\ & \times \sqrt{(j_1+m_1)!(j_1-m_1)!(j_2+m_2)!(j_2-m_2)!} \\ & \times \sqrt{\frac{(j+j_1-j_2)!(j-j_1+j_2)!(j_1+j_2-j)!}{(j+j_1+j_2+1)!}} \\ & \times \sum_n \frac{(-1)^n}{n!} \frac{1}{(j_1+j_2-j-n)!(j_1-m_1-n)!} \\ & \times \frac{1}{(j_2+m_2-n)!(j-j_2+m_1+n)!(j-j_1-m_2+n)!} \end{aligned}$$

Συντελεστές Clebsch-Gordan

35. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND d FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, *e.g.*, for $-8/15$ read $-\sqrt{8/15}$.

Notation:

		J	J	...
		M	M	...
m_1	m_2	Coefficients		
m_1	m_2			
.	.			

$$Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta$$

$$Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta\, e^{i\phi}$$

$$Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\left(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\right)$$

$$Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}}\sin\theta\cos\theta\, e^{i\phi}$$

$$Y_2^2 = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{2\pi}}\sin^2\theta\, e^{2i\phi}$$

1/2×1/2

m_1	m_2	J=1, M=+1
+1/2	+1/2	1

m_1	m_2	J=1, M=0	J=0, M=0
+1/2	−1/2	1/2	1/2
−1/2	+1/2	1/2	−1/2

m_1	m_2	J=1, M=−1
−1/2	−1/2	1

1×1/2

m_1	m_2	J=3/2, M=+3/2
+1	+1/2	1

m_1	m_2	J=3/2, M=+1/2	J=1/2, M=+1/2
+1	−1/2	1/3	2/3
0	+1/2	2/3	−1/3

m_1	m_2	J=3/2, M=−1/2	J=1/2, M=−1/2
0	−1/2	2/3	1/3
−1	+1/2	1/3	−2/3

m_1	m_2	J=3/2, M=−3/2
−1	−1/2	1

2×1

m_1	m_2	J=3, M=+3
+2	+1	1

m_1	m_2	J=3, M=+2	J=2, M=+2
+2	0	1/3	2/3
+1	+1	2/3	−1/3

m_1	m_2	J=3, M=+1	J=2, M=+1	J=1, M=+1
+2	−1	1/15	1/3	3/5
+1	0	8/15	1/6	−3/10
0	+1	2/5	−1/2	1/10

m_1	m_2	J=3, M=0	J=2, M=0	J=1, M=0
+1	−1	1/5	1/2	3/10
0	0	3/5	0	−2/5
−1	+1	1/5	−1/2	3/10

m_1	m_2	J=3, M=−1	J=2, M=−1	J=1, M=−1
0	−1	2/5	1/2	1/10
−1	0	8/15	−1/6	−3/10
−2	+1	1/15	−1/3	3/5

m_1	m_2	J=3, M=−2	J=2, M=−2
−1	−1	2/3	1/3
−2	0	1/3	−2/3

m_1	m_2	J=3, M=−3
−2	−1	1

1×1

m_1	m_2	J=2, M=+2
+1	+1	1

m_1	m_2	J=2, M=+1	J=1, M=+1
+1	0	1/2	1/2
0	+1	1/2	−1/2

m_1	m_2	J=2, M=0	J=1, M=0	J=0, M=0
+1	−1	1/6	1/2	1/3
0	0	2/3	0	−1/3
−1	+1	1/6	−1/2	1/3

m_1	m_2	J=2, M=−1	J=1, M=−1
0	−1	1/2	1/2
−1	0	1/2	−1/2

m_1	m_2	J=2, M=−2
−1	−1	1

2×1/2

m_1	m_2	J=5/2, M=+5/2
+2	+1/2	1

m_1	m_2	J=5/2, M=+3/2	J=3/2, M=+3/2
+2	−1/2	1/5	4/5
+1	+1/2	4/5	−1/5

m_1	m_2	J=5/2, M=+1/2	J=3/2, M=+1/2
+1	−1/2	2/5	3/5
0	+1/2	3/5	−2/5

m_1	m_2	J=5/2, M=−1/2	J=3/2, M=−1/2
0	−1/2	3/5	2/5
−1	+1/2	2/5	−3/5

m_1	m_2	J=5/2, M=−3/2	J=3/2, M=−3/2
−1	−1/2	4/5	1/5
−2	+1/2	1/5	−4/5

m_1	m_2	J=5/2, M=−5/2
−2	−1/2	1

3/2×1/2

m_1	m_2	J=2, M=+2
+3/2	+1/2	1

m_1	m_2	J=2, M=+1	J=1, M=+1
+3/2	−1/2	1/4	3/4
+1/2	+1/2	3/4	−1/4

m_1	m_2	J=2, M=0	J=1, M=0
+1/2	−1/2	1/2	1/2
−1/2	+1/2	1/2	−1/2

m_1	m_2	J=2, M=−1	J=1, M=−1
−1/2	−1/2	3/4	1/4
−3/2	+1/2	1/4	−3/4

m_1	m_2	J=2, M=−2
−3/2	−1/2	1

3/2×1

m_1	m_2	J=5/2, M=+5/2
+3/2	+1	1

m_1	m_2	J=5/2, M=+3/2	J=3/2, M=+3/2
+3/2	0	2/5	3/5
+1/2	+1	3/5	−2/5

m_1	m_2	J=5/2, M=+1/2	J=3/2, M=+1/2	J=1/2, M=+1/2
+3/2	−1	1/10	2/5	1/2
+1/2	0	3/5	1/15	−1/3
−1/2	+1	3/10	−8/15	1/6

m_1	m_2	J=5/2, M=−1/2	J=3/2, M=−1/2	J=1/2, M=−1/2
+1/2	−1	3/10	8/15	1/6
−1/2	0	3/5	−1/15	−1/3
−3/2	+1	1/10	−2/5	1/2

m_1	m_2	J=5/2, M=−3/2	J=3/2, M=−3/2
−1/2	−1	3/5	2/5
−3/2	0	2/5	−3/5

m_1	m_2	J=5/2, M=−5/2
−3/2	−1	1

$$Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^{m*}$$

$$d^\ell_{m,0} = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}}\, Y_\ell^m\, e^{-im\phi}$$

$$\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 J M\rangle = (-1)^{J-j_1-j_2}\langle j_2 j_1 m_2 m_1 | j_2 j_1 J M\rangle$$

Spin ½

- Σε πολλές περιπτώσεις έχουμε να κάνουμε με Spin ½ (λεπτόνια, κουάρκ, βαρυόνια …)
- μπορούμε να έχουμε δύο καταστάσεις | ½ ½ > , | ½ -½ > ή spin ↑ spin ↓
- τα συμβολίζουμε και σαν διανύσματα-στήλες 2 στοιχείων ή spinors

$$\left|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \qquad \left|\frac{1}{2}\,-\frac{1}{2}\right\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

- μια οποιοδήποτε κατάσταση με spin ½ μπορεί να γραφεί σαν γραμμικός συνδυασμός των 2 spinors

$$\chi = \begin{pmatrix}\alpha\\\beta\end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

τα α, β είναι 2 μιγαδικοί αριθμοί. $|\alpha|^2$ η πιθανότητα για $S_z = +\frac{1}{2}\hbar$ ενώ $|\beta|^2$ η πιθανότητα για $S_z = -\frac{1}{2}\hbar$

επίσης $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$

Γ. Τσιπολίτης

Spin ½

- Ορίζουμε **S** = $(\hbar/2)\sigma$, όπου σ οι πίνακες Pauli

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_i\sigma_j=\delta_{ij} + i\varepsilon_{ijk}\sigma_k \;, \quad [\sigma_i,\sigma_j] = 2i\varepsilon_{ijk}\sigma_k$$

Isospin

- Μετά την ανακάλυψη του νετρονίου (1932) ο Heisenberg παρατήρησε ότι εκτός από το φορτίο το νετρόνιο είναι σχεδόν ίδιο με το πρωτόνιο ή θα μπορούσαμε να το θέσουμε ότι για τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις το πρωτόνιο και το νετρόνιο είναι το ταυτόσημα. Έχοντας υπ' όψη τα spinors μπορούμε να ορίσουμε τα spinors του νουκλεονίου

$$N = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad \text{έχοντας} \quad p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Η ισχυρή αλληλεπίδραση είναι αναλλοίωτη σε στροφές στο χώρο του isospin $\Rightarrow$ σύμφωνα με το Θεώρημα Noether το isospin διατηρείται σε όλες τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις.
- αδρόνια που αποτελούνται από u και d κουάρκ είναι καταστάσεις του isospin

$$p = |\,1/2\ \ 1/2\,\rangle \qquad n = |\,1/2\ \ -1/2\,\rangle \qquad \Delta^{++} = |\,3/2\ \ 3/2\,\rangle \qquad \Delta^{+} = |\,3/2\ \ 1/2\,\rangle$$

$$\pi^{+} = |\,1\ 1\,\rangle \qquad \pi^{0} = |\,1\ 0\,\rangle \qquad \pi^{-} = |\,1\ -1\,\rangle \qquad \Delta^{0} = |\,3/2\ \ -1/2\,\rangle \qquad \Delta^{-} = |\,3/2\ \ -3/2\,\rangle$$

$$\Lambda = |\,0\ 0\,\rangle$$

πολλαπλότητα = 2I+1

Γ. Τσιπολίτης

Isospin

- Η I_3 σχετίζεται με το φορτίο του σωματιδίου και δίνεται από τη σχέση Gell-Mann – Nishijima

$$Q=I_3+\tfrac{1}{2}(B+S)$$

- Τα u και d κουάρκ αποτελούν μια "isospin doublet"

$$u=\left|\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\right\rangle, \qquad d=\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle$$

- Το isospin δεν κάνει απλά ταξινόμηση. Μας δίνει πολλές πληροφορίες για την δυναμική των αντιδράσεων.
- πχ. έχουμε 2 νουκλεόνια. χρησιμοποιώντας τους κανόνες πρόσθεσης της στροφορμής μπορούμε να κάνουμε τη σύνθεση του isospin. Από τους συντελεστές CG για $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$ βρίσκουμε τιμές I=0, 1

$$\left|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right\rangle=\left|1\,1\right\rangle$$

$$\left|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left|1\,0\right\rangle+\frac{1}{\sqrt{2}}\left|0\,0\right\rangle$$

$$\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left|1\,0\right\rangle-\frac{1}{\sqrt{2}}\left|0\,0\right\rangle$$

$$\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle=\left|1\ -1\right\rangle$$

Isospin

- άρα υπάρχουν τρεις I=1 και μια I=0 καταστάσεις

$$|11\rangle = \left|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right\rangle \qquad |11\rangle = pp$$

$$|10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\,-\frac{1}{2}\right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\left|\frac{1}{2}\,-\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right\rangle \qquad |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(pn + np)$$

$$|1\,-1\rangle = \left|\frac{1}{2}\,-\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\,-\frac{1}{2}\right\rangle \qquad |1\,-1\rangle = nn$$

$$|00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\,-\frac{1}{2}\right\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\left|\frac{1}{2}\,-\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\right\rangle \qquad |00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(pn - np)$$

- πειραματικά το νετρόνιο και το πρωτόνιο κάνουν μόνο μια δέσμια κατάσταση, το δευτέριο. Άρα το δευτέριο είναι isosinglet

Isospin – σκέδαση νουκλεονίων

a) $p + p \rightarrow d + \pi^+$

b) $p + n \rightarrow d + \pi^0$

c) $n + n \rightarrow d + \pi^-$

- το δευτέριο είναι |00> άρα οι καταστάσεις του isospin στο δεξί μέρος είναι

|11> |10> |1 -1>. Οι καταστάσεις του isospin στο αριστερό μέρος είναι

$$\left|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right\rangle = \left|11\right\rangle$$

$$\left|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left|10\right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\left|00\right\rangle$$

$$\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle = \left|1\ -1\right\rangle$$

μόνο οι καταστάσεις με I=1 συνεισφέρουν άρα τα πλάτη σκέδασης (scattering amplitudes) είναι

$$\mathcal{M}_a : \mathcal{M}_b : \mathcal{M}_c = 1 : {}^{1}\!/\!{}_{\sqrt{2}} : 1$$

$$\Rightarrow \qquad \sigma_a : \sigma_b : \sigma_c = 2 : 1 : 2$$

Γ. Τσιπολίτης

Isospin - $\pi N \rightarrow \pi N$

a) $\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p$
b) $\pi^0 + p \rightarrow \pi^0 + p$
c) $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$
d) $\pi^+ + n \rightarrow \pi^+ + n$
e) $\pi^0 + n \rightarrow \pi^0 + n$
f) $\pi^- + n \rightarrow \pi^- + n$
g) $\pi^+ + n \rightarrow \pi^0 + p$
h) $\pi^0 + p \rightarrow \pi^+ + n$
i) $\pi^0 + n \rightarrow \pi^- + p$
j) $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$

$$\left.\begin{matrix}\text{a)}\\ \vdots \\ \text{f)}\end{matrix}\right\}\ \text{ελαστικές} \qquad \left.\begin{matrix}\text{g)}\\ \vdots \\ \text{j)}\end{matrix}\right\}\ \text{ανταλλαγή φορτίου}$$

$$\pi^+ + p : |1 1\rangle\left|\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\right\rangle = \left|\tfrac{3}{2}\ \tfrac{3}{2}\right\rangle \quad \mathcal{M}_3$$

$$\pi^0 + p : |1 0\rangle\left|\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\left|\tfrac{3}{2}\ \tfrac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}}\left|\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$\pi^- + p : |1\ {-1}\rangle\left|\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\left|\tfrac{3}{2}\ -\tfrac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{\tfrac{2}{3}}\left|\tfrac{1}{2}\ -\tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$\pi^+ + n : |1 1\rangle\left|\tfrac{1}{2}\ -\tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{1}{3}}\left|\tfrac{3}{2}\ \tfrac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\tfrac{2}{3}}\left|\tfrac{1}{2}\ \tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$\pi^0 + n : |1 0\rangle\left|\tfrac{1}{2}\ -\tfrac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\left|\tfrac{3}{2}\ -\tfrac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\tfrac{1}{3}}\left|\tfrac{1}{2}\ -\tfrac{1}{2}\right\rangle$$

$$\pi^- + n : |1\ {-1}\rangle\left|\tfrac{1}{2}\ -\tfrac{1}{2}\right\rangle = \left|\tfrac{3}{2}\ -\tfrac{3}{2}\right\rangle \quad \mathcal{M}_3$$

$$\left.\begin{matrix} I_\pi = 1 \\ I_N = \tfrac{1}{2}\end{matrix}\right\} \ I = \frac{1}{2},\ \frac{3}{2}$$

$\mathcal{M}_3$ για $I = \frac{3}{2}$

$\mathcal{M}_1$ για $I = \frac{1}{2}$

$$\mathcal{M}_a = \mathcal{M}_f = \mathcal{M}_3$$

Γ. Τσιπολίτης

Isospin – πN → πN

a) $\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p$
b) $\pi^0 + p \rightarrow \pi^0 + p$
c) $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$
d) $\pi^+ + n \rightarrow \pi^+ + n$
e) $\pi^0 + n \rightarrow \pi^0 + n$
f) $\pi^- + n \rightarrow \pi^- + n$
g) $\pi^+ + n \rightarrow \pi^0 + p$
h) $\pi^0 + p \rightarrow \pi^+ + n$
i) $\pi^0 + n \rightarrow \pi^- + p$
j) $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$

$$\pi^+ + p : |11\rangle\left|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}\frac{3}{2}\right\rangle$$

$$\pi^0 + p : |10\rangle\left|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}\left|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right\rangle$$

$$\pi^- + p : |1\ -1\rangle\left|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\left|\frac{3}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle$$

$$\pi^+ + n : |11\rangle\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{1}{3}}\left|\frac{3}{2}\frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{1}{2}\frac{1}{2}\right\rangle$$

$$\pi^0 + n : |10\rangle\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{3}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle$$

$$\pi^- + n : |1\ -1\rangle\left|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\right\rangle = \left|\frac{3}{2}\ -\frac{3}{2}\right\rangle$$

$\mathcal{M}_3$ για $I=\frac{3}{2}$

$\mathcal{M}_1$ για $I=\frac{1}{2}$

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{M}_c &= \frac{1}{3}\mathcal{M}_3 + \frac{2}{3}\mathcal{M}_1 \\ \mathcal{M}_j &= \frac{\sqrt{2}}{3}\mathcal{M}_3 - \frac{\sqrt{2}}{3}\mathcal{M}_1 \end{aligned}\right\} \mathcal{M}_{if} = \langle\psi_f|H|\psi_i\rangle$$

Γ. Τσιπολίτης

Isospin - πN → πN

a) $\pi^+ + p \to \pi^+ + p$

b) $\pi^0 + p \to \pi^0 + p$

c) $\pi^- + p \to \pi^- + p$

d) $\pi^+ + n \to \pi^+ + n$

e) $\pi^0 + n \to \pi^0 + n$

f) $\pi^- + n \to \pi^- + n$

g) $\pi^+ + n \to \pi^0 + p$

h) $\pi^0 + p \to \pi^+ + n$

i) $\pi^0 + n \to \pi^- + p$

j) $\pi^- + p \to \pi^0 + n$

$$\mathcal{M}_a = \mathcal{M}_3$$

$$\mathcal{M}_c = \frac{1}{3}\mathcal{M}_3 + \frac{2}{3}\mathcal{M}_1$$

$$\mathcal{M}_j = \frac{\sqrt{2}}{3}\mathcal{M}_3 - \frac{\sqrt{2}}{3}\mathcal{M}_1$$

$$\sigma_a : \sigma_c : \sigma_j = 9\left|\mathcal{M}_3\right|^2 : \left|\mathcal{M}_3 + 2\mathcal{M}_1\right|^2 : 2\left|\mathcal{M}_3 - \mathcal{M}_1\right|^2$$

Isospin – πN → πN

a) $\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p$
c) $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$
j) $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$

$$\sigma_a : \sigma_c : \sigma_j = 9\left|\mathcal{M}_3\right|^2 : \left|\mathcal{M}_3 + 2\mathcal{M}_1\right|^2 : 2\left|\mathcal{M}_3 - \mathcal{M}_1\right|^2$$

πειραματικά βρέθηκε ο συντονισμός Δ(1232 MeV). Ξέρουμε ότι $I_\Delta=3/2$.

άρα $M_3 \gg M_1$

$$\Rightarrow \quad \sigma_a:\sigma_c:\sigma_j=9:1:2$$

$$\frac{\sigma_{tot}(\pi^+ + p)}{\sigma_{tot}(\pi^- + p)} = 3$$

Γ. Τσιπολίτης

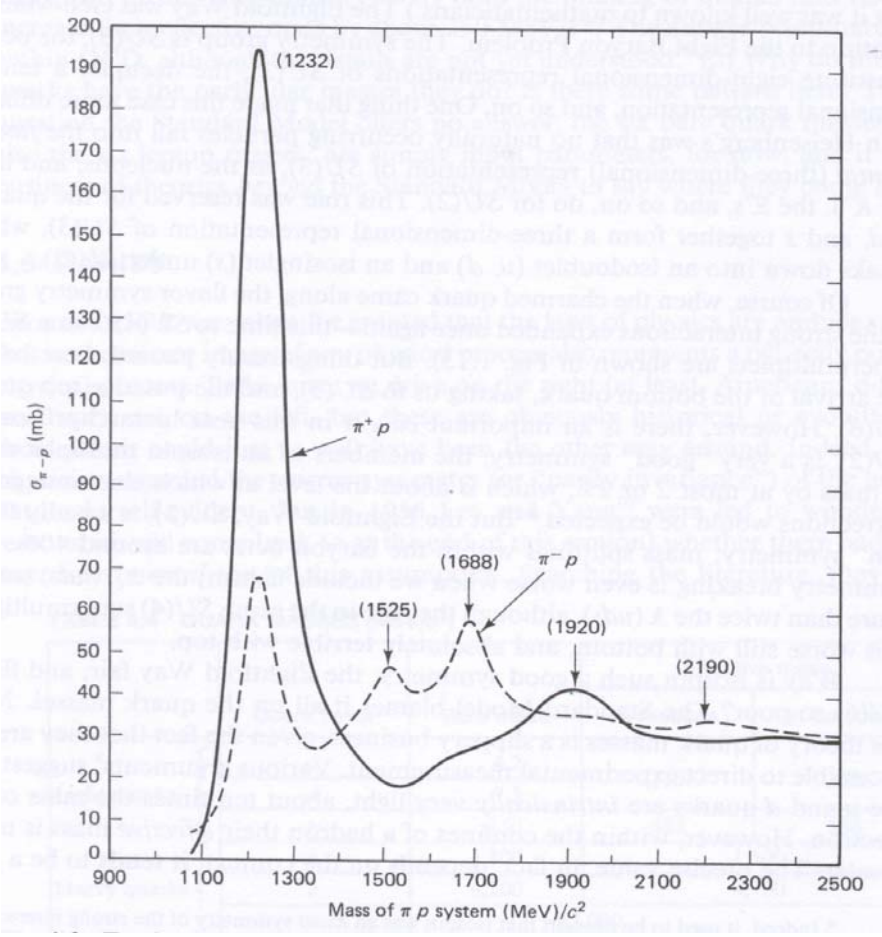
Isospin – πN →πN

a) $\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p$

c) $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$

j) $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$

$$\frac{\sigma_{tot}(\pi^+ + p)}{\sigma_{tot}(\pi^- + p)} = 3$$



Γ. Τσιπολίτης