

ΕΜΠ-ΣΧΟΛΗ ΕΜΦΕ-ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΦΥΣΙΚΗ Ι – 1^ο ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΧΟΛΗΣ ΕΜΦΕ
Γ' ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ : Συστήματα αναφοράς- Ενέργεια-Ταλαντώσεις
Νοέμβριος 2011

Γ1. Ένα ασανσέρ κατεβαίνει με επιτάχυνση $-2\gamma \text{ m/s}^2$ ως προς το έδαφος ξεκινώντας από ύψος y_0 . Κάποια στιγμή $t=0$, ξεκολλάει και πέφτει το κάλυμμα της λάμπας που βρίσκεται 2.5m πάνω από το πάτωμα του θαλάμου. Εκείνη ακριβώς τη στιγμή ένας επιβάτης το βλέπει και συνειδητοποιεί ότι θα του χτυπήσει το πόδι. **α)** Να γράψετε την εξίσωση κίνησης του καλύμματος στο σύστημα αναφοράς του ασανσέρ. **β)** Να βρείτε πόσο χρόνο έχει ο επιβάτης να τραβήξει το πόδι του για να μην τον χτυπήσει το κάλυμμα. **γ)** Με πόση ταχύτητα θα φτάσει το κάλυμμα στο πάτωμα στο σύστημα αναφοράς του ασανσέρ. **δ)** Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης του καλύμματος και του επιβάτη και να περιγράψετε τις κινήσεις τους ως προς ένα παρατηρητή ακίνητο στο έδαφος.

Γ2. Δυο άτομα που αποτελούν ένα σταθερό μόριο, έχουν δυναμική ενέργεια $U(r) = 1/2C(r-r_0)^2$, όπου r η απόσταση των ατόμων και r_0 η απόστασή τους στη θέση ισορροπίας. **α)** Ναδειχθεί ότι τα δυο άτομα εκτελούν αρμονική ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα $\omega_0 = \sqrt{C/\mu}$, όπου μ η ανηγμένη μάζα του συστήματος. **β)** Από φασματοσκοπικές μετρήσεις είναι γνωστό ότι οι θεμελιώδεις γωνιακές συχνότητες ταλάντωσης των μορίων HF και HCl είναι $\omega_0(\text{HF}) = 7.55 \times 10^{14} \text{ rad/sec}$ και $\omega_0(\text{HCl}) = 5.47 \times 10^{14} \text{ rad/sec}$. Να υπολογισθούν οι σταθερές C_{HF} και C_{HCl} .

Γ3. Θεωρήστε μια οπή που διασχίζει τη γη και περνάει από το κέντρο της. Αν η περιστροφή της γης και οι τριβές αγνοηθούν, να δείξετε ότι η κίνηση ενός σώματος κατά μήκος της οπής είναι απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδό της. Να σχολιάσετε τη σχέση μεταξύ αυτής της περιόδου και της περιόδου περιστροφής ενός δορυφόρου πολύ κοντά στην επιφάνεια της γης. Εάν θεωρήσετε τώρα και τη συνεισφορά της περιστροφής της γης, να αποδείξετε ότι η κίνηση είναι και πάλι απλή αρμονική ταλάντωση αλλά με λίγο διαφορετική περίοδο.

Γ4. Η δυναμική ενέργεια ενός διατομικού μορίου είναι ίση με $U(r) = D \left(-\frac{b}{r} + \frac{b^2}{r^2} \right)$, όπου r είναι η

απόσταση μεταξύ των δύο ατόμων και D και b είναι θετικές σταθερές. Το ένα άτομο παραμένει ακίνητο στη θέση $r = 0$.

(α) Σχεδιάστε τη συνάρτηση $U(r)$.

(β) Βρείτε τη δύναμη που ασκείται στο ελεύθερο άτομο. Εξηγήστε πού είναι η δύναμη ελκτική, μηδενική, απωστική.

(γ) Το ελεύθερο άτομο κρατείται στη θέση $r = 3b/2$ και αφήνεται να κινηθεί, με μηδενική αρχική ταχύτητα.

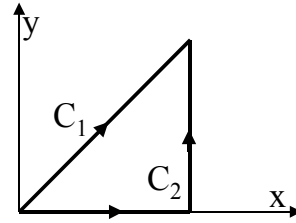
Βρείτε τη μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει. Περιγράψετε την κίνηση που θα επακολουθήσει.

(δ) Αν τα δύο άτομα απομακρυνθούν σε απόσταση x το ένα από το άλλο και αφεθούν ελεύθερα με μηδενικές ταχύτητες, για ποιες τιμές του x θα διασπασθεί το μόριο;

(ε) Για μικρές απομακρύνσεις περί το σημείο ισορροπίας $r = 2b$ να δείξετε ότι το μόριο θα κάνει αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης.

Γ5. Η δύναμη που ασκείται πάνω σε ένα σώμα είναι (σε Ν όταν τα μήκη είναι σε m)
 $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2 + 2xz)\hat{\mathbf{x}} + (2xy + z^2)\hat{\mathbf{y}} + (2yz + x^2)\hat{\mathbf{z}}$. Θεωρώντας ότι είναι $U(0, 0, 0) = 0$, δείξετε ότι η δυναμική ενέργεια του σώματος είναι $U(x, y, z) = -(xy^2 + yz^2 + zx^2)$. Στον υπολογισμό, στη διαδρομή από $(0, 0, 0)$ στο (x, y, z) ακολουθήστε την ευθεία $x_1 = ax, y_1 = ay, z_1 = az$, με την παράμετρο a να μεταβάλλεται από το 0 μέχρι το 1.

Γ6. Θεωρήστε τις δυνάμεις $F_1 = (x, y, 0)$ και $F_2 = (y, -x, 0)$ και: **α)** υπολογίστε, για κάθε μία, το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του $F \cdot dr$, από το σημείο $(0,0,0)$ στο σημείο $(1,1,0)$, κατά μήκος των δύο διαφορετικών διαδρομών C_1 και C_2 . **β)** Με βάση τα αποτελέσματα του ερωτήματος (α), ποια δύναμη είναι διατηρητική και ποια είναι μη-διατηρητική; **γ)** Για ποιο από τα δύο συμπεράσματα του ερωτήματος (β), η απόδειξη, μέσω των αποτελεσμάτων του (α), είναι επαρκής (πλήρης) και για ποιο όχι. **δ)** Για το δεύτερο συμπέρασμα του ερωτήματος (γ), ποια είναι η πλήρης απόδειξη;



Γ7. Ένα σώμα μάζας m κινείται σε μία διάσταση (πάνω στον άξονα x) υπό την επίδραση της δύναμης $F(x) = -kx + kx^2/a$, όπου k και a είναι θετικές σταθερές.

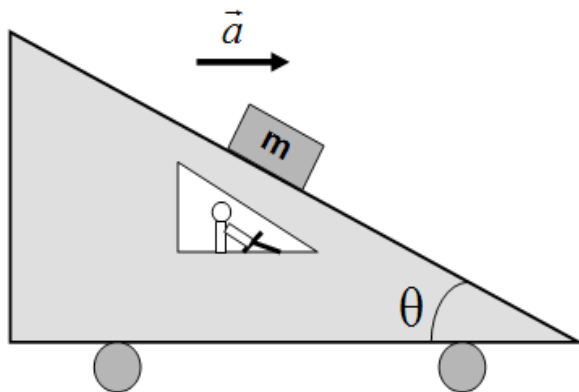
(α) Ποιά είναι η συνάρτηση της δυναμικής ενέργειας $U(x)$ του σώματος, αν $U(0) = 0$;

(β) Να σχεδιασθεί πρόχειρα η $U(x)$ και να βρεθούν τα σημεία ισορροπίας του σώματος καθώς και το είδος ισορροπίας στο καθένα.

(γ) Αν το σώμα ξεκινήσει από τη θέση $x = -a$ με μηδενική αρχική ταχύτητα, υπολογίστε με πόση ταχύτητα θα περάσει από τη θέση όπου η δυναμική του ενέργεια είναι μέγιστη.

(δ) Ποιά είναι η ενέργεια διαφυγής του σώματος από τη θέση $x = 0$;

Γ8. Αμαξάκι σχήματος κεκλιμένου επιπέδου κινείται οριζόντια με επιτάχυνση a . Επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο βρίσκεται ένα σώμα μάζας m , η τριβή



ολί σθησης ανάμεσα στο κεκλιμένο επίπεδο και το σώμα είναι μ . Υποθέτουμε ότι $\mu \tan \theta < 1$ όπου θ η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου με τον οριζόντιο. (α) Βρείτε την επιτάχυνση a_0 του αμαξιού ώστε το σώμα να ισορροπεί επί του κεκλιμένου επιπέδου χωρίς την δύναμη της τριβής. (β) Εάν $a > a_0$ περιγράψτε την κίνηση του σώματος ως προς το αμαξάκι και βρείτε την επιτάχυνση του σώματος ως προς το κεκλιμένο επίπεδο.

Γ9. Προκειμένου να ανεβάσουμε σώμα μάζας m , από το οριζόντιο επίπεδο AB στο οριζόντιο επίπεδο $\Gamma\Delta$, (τα οποία απέχουν κατακόρυφη απόσταση H και οριζόντια απόσταση L), μπορούμε να το σπρώξουμε, είτε κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου $A\Gamma$, είτε κατά μήκος κυκλικού τόξου $AZ\Gamma$, το οποίο γράφεται με κέντρο K , (που προκύπτει από την τομή της $KA \perp AB$ με την KE η οποία είναι μεσοκάθετος στο $A\Gamma$), και ακτίνα $R = (L^2 + H^2)/2H$. Και οι δύο διαδρομές έχουν τον ίδιο συντελεστή κινητικής τριβής μ . **α)** Να υπολογίσετε το συνολικό έργο που παράγει η δύναμη που εφαρμόζουμε στο σώμα κατά την διαδρομή $A\Gamma$. **β)** Να υπολογίσετε το συνολικό έργο που παράγει η δύναμη που εφαρμόζουμε στο σώμα κατά την διαδρομή $AZ\Gamma$. **γ)** Να εκφράσετε τα συνολικά έργα των ερωτημάτων (α) και (β) συναρτήσει των m, g, μ, H και L , και να τα συγκρίνετε. **δ)** Είναι η τριβή διατηρητική δύναμη; Εξηγήστε.

ΝΑ ΠΑΡΑΔΟΘΟΥΝ ΟΙ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Γ1, Γ3, Γ4, Γ5, Γ7 και Γ10 ΩΣ ΤΙΣ 21/12/2011.

