

ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΠΡΟΟΔΟΣ: ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

ΤΡΙΤΗ 25 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2014, ΩΡΑ 17.00 - 19.00

Θέμα 1 Να αποδειχθεί ότι υπάρχει λύση των παρακάτω προβλημάτων αρχικών τιμών. Στη συνέχεια να εξεταστεί το μονοσήμαντο των λύσεων.

$$(i) y'(x) = (x - y(x))^{\frac{4}{5}}, \quad y(3) = 3 \text{ και } (ii) y'(x) = (x - y(x))^{\frac{4}{3}}, \quad y(0) = 0.$$

Θέμα 2 Να βρεθούν οι χαρακτηριστικοί αριθμοί (ή πολλαπλασιαστές Floquet) του συστήματος:

$$x'(t) = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & \cos^2(2t) \end{pmatrix} x(t)$$

Θέμα 3 Να βρεθούν τα κρίσιμα σημεία του συστήματος $x' = 2x - 5y + 3$, $y' = 5x - 4y + 6$. Στη συνέχεια να προσδιοριστεί ο τύπος και το είδος της ευστάθειας αυτών και να σχεδιαστεί ποιοτικά το αντίστοιχο επίπεδο φάσεων.

Θέμα 4 Έστω το σύστημα $x' = y - x^3$, $y' = -x + y^3$. Να βρεθούν τα κρίσιμα σημεία και να μελετηθεί η ευστάθεια αυτών.

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2 ΩΡΕΣ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!