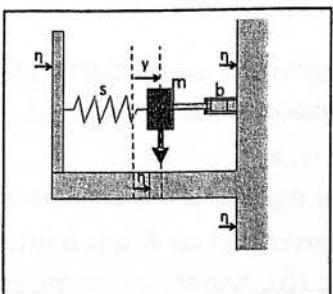


**Σχολή Ε.Μ.Φ.Ε – ΦΥΣΙΚΗ ΙΙΙ (ΚΥΜΑΤΙΚΗ)**  
**Επαναληπτικές Εξετάσεις Ακαδημαϊκού Έτους 2010-2011**

5/11/2011

Διάρκεια εξετασης 2:30

I. Σ. Ράπτης, E. Φωκίτης



**ΘΕΜΑ 1 (25%).** Σεισμογράφος αποτελείται από σύστημα μάζας-ελατηρίου και μηχανισμό απόσβεσης, όπως φαίνονται στο σχήμα. Οι παράμετροι του συστήματος είναι τέτοιες ώστε  $sm = 16 b^2$ , και  $\sqrt{s/m} = \omega_0 = 8 \text{ s}^{-1}$ .

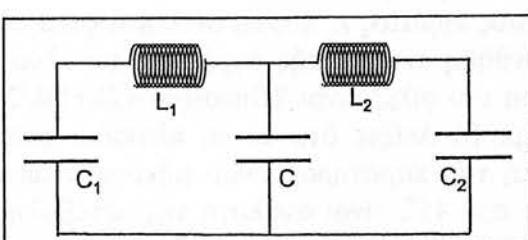
(α) Υπολογίστε τον συντελεστή ποιότητας της διάταξης, και εξηγείστε το φυσικό του νόημα, (α<sub>1</sub>) τόσο σε σχέση με τα ενεργειακά χαρακτηριστικά του συστήματος, όταν ταλαντώνεται λόγω στιγμαίας διαταραχής, (α<sub>2</sub>) όσο και σε σχέση με τα χαρακτηριστικά της καμπύλης συντονισμού του πλάτους απομάκρυνσης, όταν εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με μόνιμη αρμονική διέγερση. [Σχεδιάστε κατάλληλα σχήματα].

(β) Αν  $\eta = \eta(t)$  είναι η οριζόντια ταλάντωση της επιφάνειας της Γης, κατά την διάρκεια ενός σεισμού, να γραφεί η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την απομάκρυνση  $y = y(t)$  της ακίδας του σεισμογράφου, όσο διαρκεί ο σεισμός, από την θέση ηρεμίας, (ως προς αδρανειακό σύστημα αναφοράς), καθώς και η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την απομάκρυνση  $\xi(t) = y(t) - \eta(t)$  της ακίδας του σεισμογράφου, όσο διαρκεί ο σεισμός, από την θέση ισορροπίας, (ως προς το σύστημα αναφοράς του σεισμογράφου).

(γ) Αν  $\eta = B \cos(\omega t)$  είναι η ταλάντωση της επιφάνειας της Γης, κατά την διάρκεια ενός σεισμού, να γραφεί η γενική μορφή για την συνάρτηση  $\xi(t) = y(t) - \eta(t)$ , συναρτήσει των  $s, m, b, \omega$ , και κάποιων σταθερών που έχουν σχέση με τις αρχικές συνθήκες και δεν ζητείται να προσδιορισθούν. Αν  $\omega = 5 \text{ s}^{-1}$ , σχεδιάστε μία ποιοτική εικόνα της  $y = y(t)$ .

(δ) Σχεδιάστε μία ποιοτική εικόνα της  $y = y(t)$ , αμέσως μετά την λήξη του σεισμού ( $\eta(t) = 0$ ). [Το σχέδιο να γίνει σε κλίμακα χρόνου και να αποδίδει τον συντελεστή ποιότητας που υπολογίσατε στο ερώτημα (α)].

**ΘΕΜΑ 2 : ΑΠΑΝΤΗΣΤΕ ΣΕ ΕΝΑ ΑΠΟ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ (2Α ή 2Β)**



**2Α (30%).** Δύο κυκλώματα  $(L_1, C_1)$  και  $(L_2, C_2)$  είναι συνδεδεμένα μέσω χωρητικότητας  $C$ , σύμφωνα με το διπλανό σχήμα. (α) Γράψτε τις εξισώσεις του Kirchhoff, για κάθε έναν από τους δύο βρόχους του συστήματος, θεωρώντας ότι  $I_1(t)$  και  $I_2(t)$  είναι τα ρεύματα που διαρρέουν τα πηνία  $L_1$  και  $L_2$ , αντίστοιχα. (β) Θεωρήστε ότι

οι λύσεις για τα δύο ρεύματα  $I_1(t)$  και  $I_2(t)$  έχουν τη μορφή κανονικών τρόπων ταλάντωσης (ΚΤΤ), με αντίστοιχα πλάτη Α και Β και αντικαταστήστε στις διαφορικές εξισώσεις που προκύπτουν από το ερώτημα (α). (γ) Υπολογίστε τις συχνότητες και τα πηλίκα των πλατών Α/Β για κάθε κανονικό τρόπο ταλάντωσης, υποθέτοντας ότι  $L_1 = L_2 = L$  και  $C_1 = C_2 = C$ .

**2B (30%).** Ν-τον-αριθμό σημειακές μάζες  $m$ , είναι στερεωμένες σε ίσες αποστάσεις  $a$ , σε ιδανική χορδή (χωρίς μάζα) που είναι τεντωμένη με τάση  $T$ , και έχει ακλόνητα άκρα, (επίσης σε απόσταση  $a$ , από τις τερματικές μάζες). Οι μάζες διαταράσσονται ώστε να εκτελούν ταλάντωση εγκάρσια ως προς την χορδή (κινούμενες όλες στο ίδιο επίπεδο) με μικρά πλάτη (έτσι ώστε για τις γωνίες που σχηματίζει η χορδή, ως προς την αρχική της θέση, να ισχύει η προσέγγιση  $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$  και, επίσης, η τάση  $T$  να διατηρεί το μέτρο της).

(α) Γράψτε την διαφορική εξίσωση κίνησης που ισχύει για την απομάκρυνση  $y_n$  της  $n$ -οστής μάζας, από την θέση ισορροπίας της.

(β) Δείξτε ότι, σε κανονικό τρόπο ταλάντωσης (ΚΤΤ) με συχνότητα  $\omega$ , τα πλάτη ταλάντωσης τριών διαδοχικών μαζών ικανοποιούν τη σχέση (εξίσωση διαφορών)  $cA_n - A_{n+1} - A_{n-1} = 0$ , και προσδιορίστε την τιμή της σταθεράς  $c$ , συναρτήσει των  $m$ ,  $\omega$ ,  $a$ ,  $T$ .

(γ) Αν τα πλάτη είναι της μορφής  $A_n = C \sin(n\delta)$ , βρείτε τη σχέση που πρέπει να ικανοποιεί το  $\delta$ , με βάση τις οριακές συνθήκες. Από την σχέση που ικανοποιεί το  $\delta$  και απαιτώντας να ικανοποιούν τα  $A_{n-1}$ ,  $A_n$ ,  $A_{n+1}$ , την συνθήκη του ερωτήματος (β), προσδιορίστε τις επιτρεπτές τιμές του  $\omega$ .

(δ) Για την περίπτωση  $N=3$ , σχεδιάστε τους τρεις ΚΤΤ, είτε με βάση τα αποτελέσματα του ερωτήματος (γ), είτε με βάση επιχειρήματα συμμετρίας.

**ΘΕΜΑ 3 (25%).** Θεωρήστε ιδανική χορδή μήκους  $L$ , και συνολικής μάζας  $m$ , που τείνεται με τάση  $T$ , κατά μήκος του άξονα  $x$ . Το άκρο της  $x=L$  είναι στερεωμένο σε ακίνητο στήριγμα, ενώ το άλλο άκρο,  $x=0$ , μπορεί να κινείται χωρίς τριβές επί του οριζόντιου άξονα  $y$ , με τη βοήθεια δακτυλιδιού μάζας  $M$ , στο οποίο ασκείται εξωτερική δύναμη  $F_y = F_0 \cos(\omega t)$ , με ελεγχόμενη συχνότητα  $\omega$ .

(α) Υποθέστε, για την χορδή, μόνιμη κατάσταση κίνησης,  $y(x,t) = f(x) \cos(\omega t)$ , και βρείτε την διαφορική εξίσωση που ικανοποιεί η συνάρτηση  $f = f(x)$ .

(β) Στη γενική λύση, που προκύπτει για την  $f(x)$ , από την διαφορική εξίσωση του ερωτήματος (α), εφαρμόστε τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες του προβλήματος και προσδιορίστε τις σταθερές της γενικής λύσης (πλάτος και φάση). [Υπόδειξη: στο  $x=0$ , υπολογίστε την συνολική δύναμη που επιταχύνει το δακτυλίδι].

(γ) Υποθέτοντας «απειρισμό» του πλάτους ταλάντωσης, προσδιορίστε τη συνθήκη υπολογισμού των συχνοτήτων συντονισμού του συστήματος, με τη μορφή  $\tan[g(\omega)] = h(\omega)$ , και προσδιορίστε τις συναρτήσεις  $g(\omega)$ ,  $h(\omega)$ .

**ΘΕΜΑ 4 (25%).** Μονοχρωματικό φως μήκους κύματος  $\lambda$ , πέφτει σε λεπτό φίλμ πάχους  $D$ , με δείκτη διάθλασης  $n$ . α) Δείξτε ότι η συνθήκη ενισχυτικής συμβολής των δύο πρώτων ανακλάσεων, από την άνω και κάτω επιφάνεια του φίλμ, είναι  $2D n \cos(\phi) = (2k+1)\lambda/2$ , όπου  $\phi$  η γωνία διάθλασης στο εσωτερικό του φίλμ. β) Δείξτε ότι, αν το πλακίδιο φωτιστεί με πολυχρωματικό φως, η ποσοστιαία μεταβολή του παρατηρούμενου μήκους κύματος  $d\lambda/\lambda$ , γύρω από την γωνία εξωτερικής ανάκλασης των  $45^\circ$ , είναι ανάλογη της μεταβολής  $d\theta$  της γωνίας παρατήρησης, και υπολογίστε το συντελεστή αναλογίας αν  $n=1.5$ .

#### Σχέσεις που ενδεχομένως να χρειαστούν

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad c = \sqrt{T/\rho} \quad Z = \sqrt{\rho T} \quad v_p = \frac{\omega}{k} \quad v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Delta x \Delta k \approx 2\pi \quad \Delta \omega \Delta t \approx 2\pi$$