

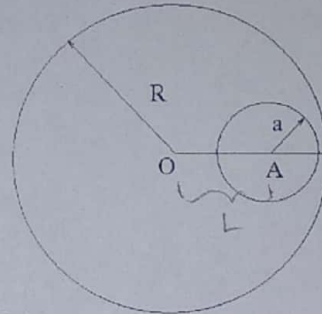
ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
 ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜ. ΜΑΘ. & ΦΥΣ. ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
 ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ  
 ΗΡΩΩΝ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ 9  
 157 73 ΑΘΗΝΑ  
 Τηλ : +(30-1)-772.3036 Fax : +(30-1)-772.3025  
 e-mail: kehagias@central.ntua.gr



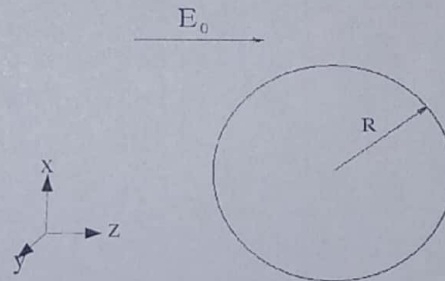
NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY  
 FACULTY OF APPLIED SCIENCES  
 PHYSICS DEPARTMENT  
 ZOGRAFOU CAMPUS  
 GR 157 73 ATHENS - GREECE  
 phone : +(30-1)-772.3036 Fax: +(30-1)7723025  
 e-mail: kehagias@central.ntua.gr

**ΘΗΜΑ: ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ ΙΙ**  
**ΕΞΑΜΗΝΟ: 5<sup>ο</sup>**  
**ΣΧΟΛΗ ΕΜΦΕ**  
**ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ**  
**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΜΑΙΟΥ 2018**

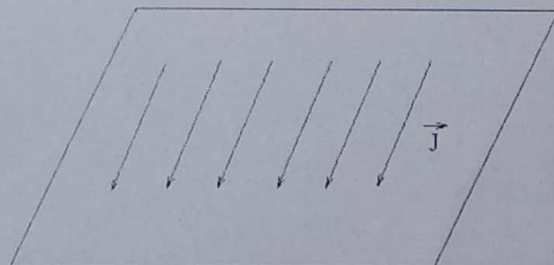
**ΘΕΜΑ 1. (2 μονάδες).** Συμπαγής σφαίρα ακτίνας  $R$  και κέντρο  $O$  με ομοιόμορφη κατανομή φορτίου  $\rho$  έχει μία άδεια σφαιρική κοιλότητα ακτίνας  $a$  με κέντρο το σημείο  $A$  που βρίσκεται σε απόσταση  $OA=L$  από το κέντρο της μεγάλης σφαίρας, όπως στο διπλανό σχήμα. Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό της κοιλότητας.



**ΘΕΜΑ 2. (3.5 μονάδες)** Μεταλική αγωγίμη σφαίρα ακτίνας  $R$  τοποθετείται σε σταθερό εξωτερικό πεδίο με μέτρο  $E_0$  και κατεύθυνση κατά τον άξονα  $z$ . Να βρεθεί  
 Α) Η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου πάνω στη σφαίρα  
 Β) Η ηλεκτρική διπολική ροπή της.



**ΘΕΜΑ 3. (2 μονάδες)** Απειρος λεπτός επίπεδος αγωγός διαρέεται από ρεύμα επιφανειακής πυκνότητας  $J$ . Να βρεθεί παντού το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί.





#### ΘΕΜΑ 4) (3 μονάδες)

Ομοιόμορφα φορτισμένη ράβδος αμελητέου πάχους και μήκους  $2L$  βρίσκεται κατά μήκος του άξονα  $z$  και φέρει συνολικό φορτίο  $Q$  (Σχ. 2). Αφού βρείτε το δυναμικό κατά μήκος του άξονα συμμετρίας  $z$ , να βρείτε το δυναμικό σε αποστάσεις  $r \gg L$  μέχρι τετραπολική προσέγγιση.

#### ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

Λύση εξίσωσης Laplace σε σφαιρικές συντεταγμένες με αξονική συμμετρία:

$$\Phi(r, \theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left( A_{\ell} r^{\ell} + \frac{B_{\ell}}{r^{\ell+1}} \right) P_{\ell}(\cos \theta) \quad (1)$$

Μερικά πολυώνυμα Legendre ( $x = \cos \theta$ )

$$\begin{aligned} P_0(x) &= 1, & P_1(x) &= x, & P_2(x) &= \frac{1}{2}(3x^2 - 1) \\ P_3(x) &= \frac{1}{2}(5x^3 - 3x) & P_4(x) &= \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3). \end{aligned} \quad (2)$$

Τα πολυώνυμα Legendre αποτελούν πλήρες ορθοκανονικό σύστημα στο διάστημα  $-1 \leq x \leq 1$ . Έτσι, συναρτήσεις  $f(x)$  ορισμένες σε αυτό το διάστημα, μπορούν να γραφούν σαν

$$f(x) = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_{\ell} P_{\ell}(x), \quad A_{\ell} = \frac{2\ell+1}{2} \int_{-1}^1 f(x) P_{\ell}(x) dx \quad (3)$$

Μαθηματικές σχέσεις που ίσως χρειαστούν:

$$\frac{1}{(1+x)^a} = 1 - ax + \frac{1}{2}a(a+1)x^2 - \frac{1}{6}a(a^2+3a+2)x^3 + \frac{1}{24}a(a^3+6a^2+11a+6)x^4 + O(x^5) \quad (4)$$

$$\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1} x^{n+1} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \quad (5)$$