

ΜΑΘΗΜΑ: «ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΙ», ΣΕΜΦΕ-ΕΜΠ, ΑΚΑΔ. ΕΤΟΣ 2018-2019
ΕΠΙ ΠΤΥΧΙΩ ΕΞΕΤΑΣΗ 23/5/2019, ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Α. ΤΣΕΤΣΕΡΗΣ

Επιλέξτε 3 από τα παρακάτω 4 θέματα. Όλα τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα. Δεν επιτρέπεται η χρήση κινητού τηλεφώνου ή οποιασδήποτε άλλης ηλεκτρονικής συσκευής. Η εξέταση πραγματοποιείται με κλειστά βιβλία/σημειώσεις. Διάρκεια: 2 ώρες

Θέμα 1^ο: (α) (11 μονάδες) Δείξτε την σχέση μετάθεσης $[x, p_x] = i\hbar$ για κάθε παραγωγίσιμη κυματοσυνάρτηση $\psi(x)$. Βρείτε επίσης τον μεταθέτη $[x, p_y]$, όπου p_y η y -συνιστώσα της ορμής. (β) (11 μονάδες) Με βάση τον ορισμό $L_z = x p_y - y p_x, L_x = y p_z - z p_y, L_y = z p_x - x p_z$ για τις συνιστώσες του τελεστή της τροχιακής στροφορμής, βρείτε τους μεταθέτες $[L_x, L_y], [L_y, L_z], [L_z, L_x]$. (γ) (11 μονάδες) Δείξτε ότι το φυσικό μέγεθος $L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$ μπορεί να μετρηθεί ταυτόχρονα (με απόλυτη ακρίβεια) με το μέγεθος L_z .

Θέμα 2^ο: Σωματίδιο με σπιν $S = 1/2$ και μαγνητική ροπή $\mu = \gamma S$, όπου γ σταθερά, βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B} = B\hat{z}$ με Χαμιλτονιανή $H = -\mu \cdot \mathbf{B}$. Την στιγμή $t = 0$ το σωματίδιο είναι στην κατάσταση $|X(t=0)\rangle = N \begin{bmatrix} 1+2i \\ 2 \end{bmatrix}$, όπου N σταθερά και $S_z \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

(α) (9 μονάδες) Αν τη στιγμή $t = 0$ γίνει μέτρηση της ενέργειας, ποιες είναι οι δυνατές τιμές της μέτρησης και οι αντίστοιχες πιθανότητες; (β) (8 μονάδες) Να βρεθεί η κατάσταση $|X(t)\rangle$ του σωματιδίου την στιγμή $t > 0$. (γ) (8 μονάδες) Αν την στιγμή $t > 0$ γίνει μέτρηση της ενέργειας σε ένα σύστημα με $N_s \gg 1$ τέτοια σωματίδια που βρίσκονται στην κατάσταση $|X(t)\rangle$, ποιο θα είναι το αποτέλεσμα της μέτρησης; (δ) (8 μονάδες) Το ίδιο ερώτημα με το (γ) αν γίνει μέτρηση του μεγέθους S_z την στιγμή $t > 0$.

Θέμα 3^ο: Σωματίδιο μάζας m δέχεται την επίδραση δύο αρμονικών ταλαντωτών και έχει Χαμιλτονιανή $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} [x^2 + |x-b|^2]$. Στο σύστημα φυσικών μονάδων $\hbar = m = \omega = 1$ είναι $b \ll 1$. (α) (11 μονάδες) Χρησιμοποιώντας θεωρία διαταραχών, βρείτε τις ιδιοενέργειες του σωματιδίου σε προσέγγιση πρώτης τάξης ως προς b . (β) (11 μονάδες) Χρησιμοποιώντας θεωρία διαταραχών, βρείτε τις ιδιοενέργειες του σωματιδίου σε προσέγγιση δεύτερης τάξης ως προς b . (γ) (11 μονάδες) Επιλύστε το πρόβλημα ιδιοτιμών $H\Psi = E\Psi$ επακριβώς και συγκρίνετε με τα προσεγγιστικά αποτελέσματα που βρήκατε στα προηγούμενα ερωτήματα.

Θέμα 4^ο: Έστω ότι δύο ηλεκτρόνια αλληλεπιδρούν μόνο με την αλληλεπίδραση $H = \lambda S_1 \cdot S_2$, όπου S_1, S_2 είναι οι τελεστές σπιν για αυτά τα ηλεκτρόνια και λ σταθερά με κατάλληλες φυσικές διαστάσεις. Βρείτε (α) (15 μονάδες) τις ιδιοενέργειες και (β) (18 μονάδες) τις ιδιοσυναρτήσεις του συστήματος συναρτήσει των ιδιοκαταστάσεων των S_{1z}, S_1^2 και S_{2z}, S_2^2 .